Université de Montréal

Les rapports personnels des enseignants du primaire aux objets «variation» et «covariation» comme conséquence des choix institutionnels pour leur formation initiale

par Eudes Libert Mamas Mavoungou

Département de didactique
Faculté des Sciences de l'Éducation

Mémoire présenté
en vue de l'obtention du grade de Maîtrise ès art
en Sciences de l'Éducation
option Didactique

Janvier, 2016

Résumé

La recherche qui suit se veut une étude exploratoire utilisant l'étude de cas pour caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec les notions de variation et covariation au cours de leur formation initiale. La notion de fonction y est abordée compte tenu, entre autres, de son importance dans les programmes d'enseignement au secondaire et des difficultés que rencontrent les élèves dans l'apprentissage de cette notion. Une conceptualisation, par les élèves, de la notion de fonction comme relation entre des quantités variables passe par une acquisition préalable des notions de variation et covariation. Un début d'acquisition de ces notions est possible dès l'école primaire à travers des activités pré-algébriques qui utilisent les régularités avec les suites de nombres ou les patterns. Pour cette raison, les enseignants du primaire doivent être en mesure de faire apprendre les activités sur les régularités aux élèves. C'est pourquoi la formation des enseignants est abordée dans cette recherche en regardant, les connaissances nécessaires pour l'enseignement des mathématiques au primaire et les lacunes qui affectent cette formation.

La recherche s'appuie sur la théorie anthropologique du didactique (TAD) qui a développé des outils conceptuels sur la notion de rapport au savoir. La TAD est un moyen de comprendre les choix d'une institution pour organiser l'enseignement des objets mathématiques, ainsi que la signification assignée à ces objets et les conséquences qu'il en résulte sur l'apprentissage. Cette compréhension passe par l'analyse des pratiques qui mettent en jeu les objets de savoirs mathématiques au sein d'une institution. Outre les notions d'institution, d'objet de savoir et de sujet, c'est surtout à partir de l'éclairage des notions de rapport personnel et de rapport institutionnel que l'exploration des rapports personnels des futurs enseignants du primaire est conduite.

Dans cette recherche, comme nous nous intéressons au programme de formation initiale des futurs enseignants du primaire, nous prenons comme institution de référence le programme de Baccalauréat en Éducation Préscolaire et Enseignement Primaire (BEPEP). Une analyse de contenu des documents de référence dans l'institution BEPEP permet d'abord d'examiner le rapport institutionnel de BEPEP avec les objets de variation et covariation en regardant notamment la place et le rôle de ces objets au sein de l'institution. Puis une enquête (questionnaire et entrevues) essaie de saisir les traits significatifs des rapports personnels des futurs enseignants avec les mêmes objets. Enfin la triangulation des informations du programme de formation et celles de l'enquête permet de déterminer si les rapports personnels des futurs enseignants du primaire sont la conséquence du rapport institutionnel de BEPEP.

Les résultats semblent indiquer que les activités impliquant les suites de nombres, les patterns, les notions de variation et covariation ne sont pas suffisamment présentes dans le programme de formation de nos participants. Ce vide institutionnel semble affecter les rapports personnels des futurs enseignants qui sont, pour la plupart, incapables d'utiliser ces activités et notions.

Mots-clés : Notion de fonction, notions de variation et covariation, formation initiale, rapport personnel, rapport institutionnel.

Abstract

The following research is an exploratory study using the case study to characterize the personal relationships that primary preservice teachers build with the notions of variation and covariation during their initial training program. The notion of function is discussed considering, among others, its importance in educational programs at the secondary and difficulties students face when learning functions. To make students conceptualise the notion of function as a relationship between varying quantities requires first to make them acquire the notions of variation and covariation. This acquisition is possible from primary school through pre-algebraic activities using the sequences of numbers or patterns. This work should be supported by primary school teachers. That is why teacher training is also addressed in this research by looking, for example, the knowledge needed to teach mathematics and the gaps that may affect that training program.

The research leans on the anthropological theory of the didactic (ATD) which has developed conceptual tools of the notion of relationship to knowledge. The ATD is a way to understand the choices made by an institution to organise the teaching of mathematical objects, and the meaning assigned to those objects and the consequences that result in learning. This understanding requires the analysis of practices that involve the objects of mathematical knowledge within any institution. Beyond the notions of institution, object of knowledge, about, it is mostly from the lighting of the notions of personal relationship and institutional relationship that the exploration of the personal relationships of the primary preservice teachers is lead.

A content analysis of initial training of future teachers allows first examine the institutional relationship with the objects of variation and covariation in particular looking at the place and the role of these objects in the BEPEP institution. Then, a survey (questionnaire and interviews) tries to capture significant features of preservice teachers' personal relationships with the same objects. Finally, the triangulation of the data collected from the initial training and from the survey attempts to determine whether personal relationships are the result of the institutional relationship.

Results seem to indicate that mathematical and pedagogical activities involving numerical sequences, growing patterns, the notions of variation and covariation are not sufficiently present in the training program of our participants and, consequently, most of them are unable to efficiently use these activities and notions. This institutional void seems to affect the primary preservice teachers' personal relationships that most part of them are unable to use these activities and notions.

Keywords: Notion of function, notions of variation and covariation, initial training, personal relationship, institutional relationship.

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Liste des sigles

CFIM : Centre de formation initiale des maîtres

FSÉ : Faculté des Sciences de l'Éducation

HEC : Hautes Études Commerciales

MELS : Ministère de l'Éducation, des Loisirs et des Sports

BEPEP : Baccalauréat en éducation préscolaire et enseignement primaire

PCBF : Programme Canadien des Bourses de la Francophonie

PFÉQ-PP : Programme de formation de l'école québécoise – préscolaire/primaire

UdeM : Université de Montréal

Liste des abréviations

A : Absence

CC : Connaissances du contenu et de l’enseignement du sujet du sujet mathématique

CE : Connaissances des élèves et de l’apprentissage du sujet mathématique

CDC : Connaissances didactiques du contenu

CHM : Connaissances de l’horizon mathématique

CK : Curricular Knowledge (Connaissances curriculaires, traduction libre)

CMC : Connaissances mathématiques communes

CME : Connaissances mathématiques pour l’enseignement

CMS : Connaissances mathématiques spécifiques à l’enseignement

CP : Connaissances du contenu et du programme

CSM : Connaissances du sujet mathématique

DES : Diplôme d’Études Secondaires

DD : Département de Didactique

EMS : Enseignement mathématiques au secondaire

PCC : Plan de cours cadre

PCE : Plan de cours des enseignants

PA : Progression des apprentissages

PE : Présence explicite

PI : Présence implicite

PCK : Pedagogical Content Knowledge (Connaissances du contenu didactique, traduction libre)

TAD : Théorie anthropologique du didactique

SEB : Savoirs essentiels de base

SCM : Stratégies cognitives et métacognitives

SMCK : Subject Mathematical Content Knowledge (Connaissances du contenu mathématique, traduction libre)

Remerciements

Au terme de ce travail, il me plaît tout d'abord d'adresser ma reconnaissance et mes remerciements les plus sincères à Monsieur Alejandro S. González-Martín, mon directeur de recherche, qui a bien voulu accepter de diriger mon travail de maîtrise. La réalisation de ce travail porte le sceau indélébile de son encadrement scientifique. Un encadrement devant lequel mon admiration est grande et ma fierté débordante. Sa patience, ses commentaires, ses suggestions et ses éclairages ont été autant de facteurs bienveillants qui ont permis l'aboutissement de ce travail. Je tiens aussi à remercier Madame Louise Poirier et Monsieur Fernando Hitt, qui ont accepté de collaborer à ce mémoire à titre d'évaluateurs.

J'adresse ensuite mes chaleureux remerciements aux collègues étudiants, dirigés aussi par Monsieur González-Martín, avec qui j'ai eu la joie et le plaisir de partager les locaux de recherche F02 d'abord et F03 ensuite: Ruth Almeida Cabrera, Ousmane Bilale Fofana, Rachid Seffah, Gisela Hernandez, Felipe Oliveira et Zaida Almeida. Les commentaires lucides qu'ils ont pu formuler dans le cadre de nos séminaires ont étés des précieux apports à l'amélioration progressive de ce travail. Je ne manque pas d'associer aussi les autres collègues étudiants, particulièrement Catherine Dery, Christina Bongiovanni, Nathalie Bisaillon et Fréderic Yele pour les commentaires formulés sur mes présentations dans le cadre des cours DID6009 et DID7050, qui ont contribué aussi à améliorer ce travail.

Mes remerciements vont aussi à Madame Pascale Lefrançois, Vice doyenne aux études du premier cycle et directrice du centre de formation initiale des maîtres (CFIM) de l'Université de Montréal qui a autorisé l'accès aux plans de cours cadre (PCC), ainsi que les étudiants maîtres qui ont volontairement accepté de participer à cette recherche. Je dois souligner aussi l'amabilité de Madame Nicole Gaboury dont les encouragements m'aidaient à garder le moral haut.

J'adresse tous mes remerciements à ma conjointe Viviane, mes enfants Anne Julie, Cécile et David; mes frères et sœurs Abdon, Prisque, Nadège et Vital; mes amis Gabriel, Guy M. et Guy Aymard.

J'adresse enfin un remerciement spécial au gouvernement canadien, auquel j'associe Madame Jeanne Gallagher pour ses conseils, qui a supporté le coût de ma formation par l'entremise du programme canadien des bourses de la francophonie (PCBF).

Introduction

L'intérêt de cette recherche se focalise sur deux problèmes relevés par la recherche en didactique des mathématiques à propos de l'apprentissage et de l'enseignement de la notion de fonction. Il s'agit d'une part des difficultés éprouvées par les élèves, les étudiants et voire même les enseignants avec la notion de fonction (Eisenberg, 1992; Evangelidou, Spirou, Elia & Gagatsi, 2004) et, d'autre part des lacunes et faiblesses constatées dans la formation des enseignants (Ball, 1990; Hansson & Grevholm, 2003; Morin, 2008). Une des conséquences engendrées par ces deux problèmes chez certains élèves est, par exemple, une compréhension insuffisante et inadéquate de la notion de fonction, très présente pourtant dans leur cursus scolaire (Carlson, 1998). L'étude des fonctions occupe, en effet, une place importante dans les programmes d'enseignement de nombreux pays. Au Québec[1], par exemple, les fonctions sont introduites à partir du premier cycle du secondaire avec les fonctions polynomiales de degré 0 et 1 et au second cycle avec les fonctions polynomiales de degré 2, trigonométriques, logarithmiques, exponentielles, ... (MELS, 2013, p. 51). Une telle place ne peut conférer aux fonctions qu'un rôle crucial, sinon déterminant dans la réussite scolaire des élèves.

Or, les difficultés que ces derniers rencontrent avec les fonctions compromettent, à bien des égards, la compréhension qu'ils ont de cette notion. Parmi ces difficultés, la recherche a mis en évidence le fait que les élèves ne savent pas à quoi servent les fonctions, leur incapacité à faire des interprétations (algébriquement et graphiquement) des conséquences de la variation de la variable indépendante sur la variable dépendante ou à faire des prédictions sur l'évolution d'un phénomène qui met en relation deux quantités ou grandeurs (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen & Hsu, 2002; Hatisaru & Kürşat Erbaş, 2010). Nous voyons là une difficulté d'ordre conceptuel liée au fait que certains élèves ne conçoivent les fonctions qu'en termes de correspondance entre les éléments de deux ou plusieurs ensembles. Une telle situation est particulièrement inquiétante pour une suite sereine dans le cursus scolaire des élèves.

[1]Au Québec, il y a 6 ans de cours au primaire, 5 ans de cours au secondaire et 2 ans de cours au collégial. Le collégial est un niveau d'étude dans le système éducatif québécois qui prépare à un diplôme pré-universitaire à partir du Diplôme d'Études Secondaires (DES).

Il est donc légitime que des pistes de solution soient recherchées pour essayer d'améliorer la compréhension pouvant permettre aux élèves de poursuivre leur scolarité de manière relativement confiante en lien avec la notion de fonction. Une des pistes est de développer d'abord une conception des fonctions en termes de "fonction d'une variable" en insistant sur les notions de variation et covariation chez les élèves (González-Martín, Hitt & Morasse, 2008; Hitt & González-Martín, 2015; Oerthman, Carlson & Thompson, 2008; Thompson & Carlson, à paraître), et ce dès l'école primaire (Cai & Knuth, 2011; Kieran, 2004). Mais il faut pour cela que la formation des enseignants, entre autre, et du primaire particulièrement, soit en mesure de prendre en charge une telle orientation, car le succès des élèves dépend aussi d'une certaine manière des connaissances et des pratiques des enseignants. Or, comme nous le disions, des lacunes ont été identifiées dans la formation des enseignants, ce qui peut laisser des doutes sur une capacité réelle des enseignants à soutenir une telle orientation. Des rencontres entre des élèves en difficulté et des enseignants eux-mêmes en difficulté, ne peuvent que conduire à des impasses.

Notre préoccupation est de savoir si la recommandation de la recherche de développer les notions de variation et covariation est prise en compte par le programme de formation initiale des enseignants du primaire. Nous voulons, plus précisément, examiner comment ce programme de formation permet aux futurs maîtres de saisir l'enjeu des objets « variation » et « covariation » comme prélude à la notion de fonction ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques. Nous considérons, à cet effet, qu'il est alors important que le programme de formation initiale dote les futurs enseignants de connaissances spécifiques à l'enseignement et les amène à maîtriser les contenus mathématiques à faire comprendre aux élèves.

La première partie de notre problématique sera donc consacrée à la notion de fonction. Nous y soulignerons d'abord son importance, ensuite les difficultés rencontrées par les élèves relativement avec cette notion, puis l'intérêt de développer les relations fonctionnelles dès l'école primaire dans le cadre des activités pré-algébriques et finalement les notions de variation et de covariation, étant donné que ces notions peuvent être abordées dans des activités pré-algébriques (Cai & Knuth, 2011; Kieran, 2004).

La seconde partie, quant à elle, portera sur la formation des enseignants. Il s'agira ici particulièrement des connaissances nécessaires pour l'enseignement (Ball, Thames & Phelps, 2008; Shulman, 1986), des lacunes et faiblesses constatées dans leur formation (Ball, 1988a, 1990; Morin, 2008; Morin & Theis, 2006) et finalement de la vision que les futurs enseignants du primaire ont de l'enseignement des mathématiques.

La théorie anthropologique du didactique (TAD) sera le cadre théorique qui nous servira de référence. À travers certains outils conceptuels qu'elle développe tels que les notions d'institution, d'objets de savoir, de sujet, de rapport personnel, de rapport institutionnel et de praxéologie, cette théorie permet d'apprécier les connaissances que peut avoir une institution des notions mathématiques ainsi que celles des personnes qui y sont affiliées. Un point central de la TAD est la manière dont une institution organise l'enseignement des notions mathématiques avec un intérêt sur les conséquences sur l'apprentissage de ces notions mathématiques par les personnes fréquentant l'institution.

Pour la méthodologie, elle consistera en une analyse de contenu du programme de formation initiale dispensée par l'institution BEPEP pour les futurs enseignants du primaire d'une part et une enquête (questionnaire et entrevues) auprès des futurs enseignants inscrits au sein de l'institution BEPEP d'autre part. Deux techniques serviront pour l'analyse des données: l'analyse structurale concernant le contenu du programme de formation initiale des enseignants du primaire au sein de l'institution BEPEP et l'analyse inductive concernant l'enquête. Ce mémoire se termine avec l'analyse et l'interprétation des données.

Chapitre 1 : Problématique

L'intention de ce chapitre est d'expliciter notre problème de recherche qui touche la notion de fonction d'une part et la formation des enseignants du primaire d'autre part. À cette fin, nous commencerons par la notion de fonction, en esquissant une définition, avant de souligner son importance dans les programmes scolaires, dans la vie professionnelle ainsi que dans la vie sociale. Nous présenterons ensuite une recension des écrits de recherche qui identifient certaines difficultés des élèves dans l'apprentissage des fonctions. Nous insisterons finalement sur les notions de variation et covariation, qui semblent favoriser la compréhension de la notion de fonction, et de la possibilité de développer ces notions depuis l'école primaire. Nous aborderons par la suite la formation des enseignants du primaire. Nous indiquerons d'abord, les connaissances nécessaires pour l'enseignement des mathématiques, puis les lacunes identifiées par la recherche dans cette formation ainsi que l'attitude et la vision des futurs enseignants du primaire à l'égard de l'enseignement des mathématiques. Finalement nous soulignerons les difficultés des futurs enseignants du primaire avec les fonctions et les notions de variation et covariation.

1.1 La notion de fonction

1.1.1 Quelques aspects mathématiques de la notion de fonction

De l'idée d'une relation entre des quantités qui varient, à ses débuts, la notion de fonction se définit davantage aujourd'hui à partir de l'idée d'une correspondance entre des éléments (Sultan & Artzt, 2011, p. 391). En effet, historiquement, « *une quantité est dite fonction d'une variable indépendante lorsque sa valeur dépend de celle que l'on attribue à cette variable* » (René De Cotret, 1988, p. 8). Une fonction est vue comme la relation entre les éléments de deux ensembles. Ainsi la relation $y = f(x)$ représente y comme une fonction de x, dans laquelle chaque valeur de x est associée à une valeur unique de y (Sultan & Artzt, 2011, p. 398). À titre d'exemple, pour l'envoi d'un colis à la poste, la destination étant fixée, les frais de port dépendent du poids du colis. Le poids du colis constitue la variable indépendante alors que les frais de port constituent la variable dépendante. Mais, il est inconcevable de payer deux frais de port différents pour l'expédition d'un même colis à la même destination. Nous avons bien là une illustration de la situation dans laquelle, au poids d'un colis est associé un et un seul prix (frais de port) pour son expédition. Mais le simple fait d'associer une variable à une autre ne permet pas nécessairement à des élèves en situation d'apprentissage de faire des interprétations quant à une variation possible des quantités ou des grandeurs en présence. La notion de fonction est cependant assez riche et cette définition ne permet pas de saisir tous les sens auxquels peut renvoyer cette notion.

Une fonction englobe plusieurs éléments et peut être vue comme « *une relation, une correspondance, une variable, une variation, une dépendance, un algorithme ou une expression algébrique* » (Fikrat, 1994, p. 74). Mais dans cette variété de sens, on est obligé de faire des choix pour enseigner la notion de fonction aux élèves. Aussi, peut-on trouver les définitions suivantes dans certains manuels scolaires, des ouvrages et sur internet :

> « *Une relation d'un ensemble A vers un ensemble B est une fonction si chaque élément de A et associé à au plus un élément de B* » (Buzaglo, 2011, p. 132),
>
> « *Une fonction est une relation d'un ensemble de départ D dans un ensemble d'arrivée A telle que tout élément de D a au plus (c'est-à-dire une ou pas du tout) une image dans A* » (Dubois, Fénichel & Pauvert, 2004, p. 127).

Dans ces définitions, la notion clé associée à la notion de fonction qui est privilégiée est la "correspondance". Mais comme nous le disions, toutes ces définitions rendent la notion de fonction un peu abstraite, car elles ne favorisent pas, selon nous et d'un point de vue de l'enseignement, une compréhension de la notion de fonction comme "relation entre deux variables". Par ailleurs, ces définitions évacuent une notion clé de la notion de fonction telle qu'on la retrouve chez Euler (1755, cité par René de Cotret, 1988, p. 8):

> « *Des quantités dépendent des autres de manière que si les autres changent, ces quantités changent aussi* ».

Les notions clés associées à la notion de fonction dans cette citation d'Euler sont plutôt les notions de variation, de covariation et de dépendance, celle de correspondance étant présente, mais de manière implicite. Une définition plus moderne qui pourrait refléter la citation d'Euler est qu'une fonction $f(x)$ est une relation entre une variable indépendante x de X et une variable dépendante y de Y telle qu'une variation de x entraîne une variation de y. L'idée d'introduire la notion de fonction auprès des élèves à travers celle de dépendance, qui requiert elle-même les notions de variation et covariation, a déjà été soulignée comme étant la plus appropriée pour l'enseignement étant donné que les notions de variation et covariation peuvent y être perçues (Comin, 2005; Eisenberg, 1992; Oerthman *et al.*, 2008; Thompson, 1994). Il est toutefois important de retenir qu'une variation peut être nulle et que même dans le cas où il n'y a pas de variation dans une fonction, l'idée de s'appuyer sur la variation et la covariation pour l'enseignement de la notion de fonction, garde tout son pesant d'or car ces notions peuvent aider à mieux aborder la notion de fonction selon certaines recherches comme nous le verrons dans la section 1.1.5. Partageant le point de vue selon lequel les notions de variation et covariation sont plus appropriées pour l'enseignement des fonctions, c'est donc en référence à cette dernière définition que la notion de fonction sera évoquée dans notre recherche, étant donné que cette définition met clairement en évidence la notion de dépendance, en plus de celle de correspondance.

Par ailleurs, le langage verbal, les expressions algébriques, les représentations graphiques, par exemple, sont des registres de représentation qu'on utilise pour visualiser la variation des quantités liées par une relation fonctionnelle. Un registre[2] de représentation peut être compris comme un système composé de signes au moyen duquel on peut représenter un objet. Par exemple, le registre de représentation graphique est un système composé de signes tels qu'un repère (axe des abscisses et axe des ordonnées), des points et des coordonnées (x, y), qui permettent de représenter l'objet fonction par une droite ou une courbe. Les registres

[2] Le mot registre a été défini par Duval (1993) comme un système de signes permettant trois types d'action mais dont nous ne ferons pas état dans cette recherche:

a) Reconnaissance d'une représentation dans un système;
b) Traitement d'une représentation dans le même registre;
c) Conversion d'une représentation d'un registre à un autre registre.

de représentations sont des outils adéquats par le fait que la représentation (ex : la courbe) donne accès à l'objet (la notion de fonction) qu'elle représente. Les différentes représentations des fonctions ont des avantages et des inconvénients car elles ne mettent pas en évidence les mêmes propriétés et selon les problèmes posés, il sera judicieux d'utiliser l'une plutôt que l'autre. Les registres de représentation sont aussi des outils mathématiques adéquats parce qu'ils permettent de faire ressortir les notions clés associées aux fonctions telles que la variation, la covariation et la dépendance. Il y a donc lieu de bien connaître les registres dans lesquels les fonctions sont généralement représentées. D'ailleurs, le programme de formation de l'école québécoise indique que l'élève du second cycle du secondaire doit pouvoir « *améliorer sa capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation* » (MELS, 2013, p. 51). La figure ci-dessous présente quelques registres de représentation des fonctions.

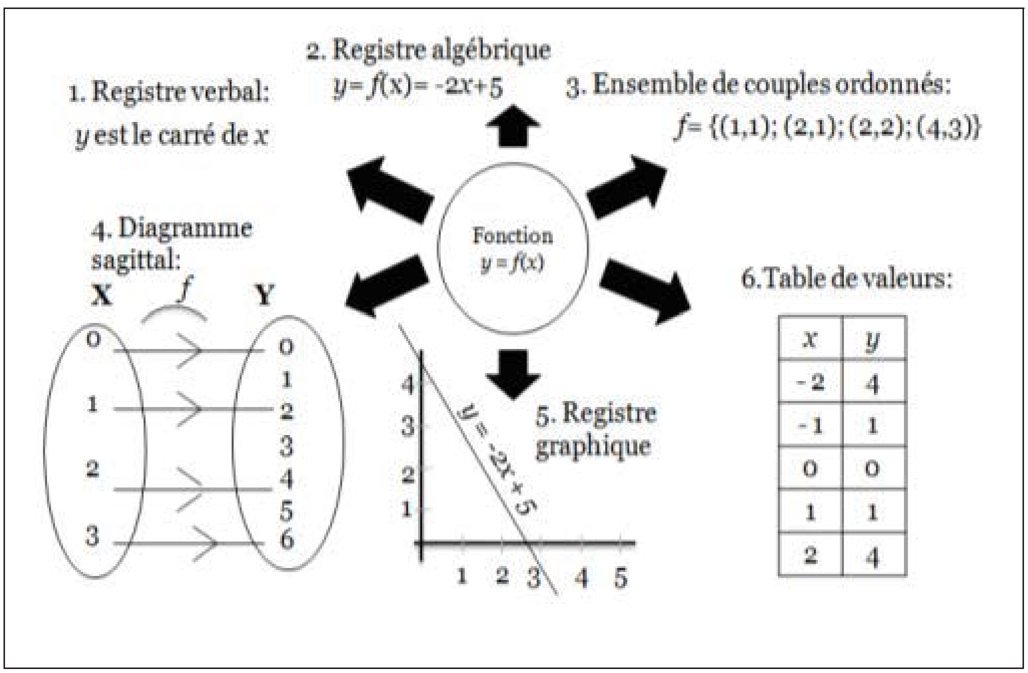


Figure 1: Quelques registres de représentation des fonctions.

Après avoir parlé de quelques aspects mathématiques de la notion de fonction, nous allons maintenant souligner dans la section suivante l'importance des fonctions.

1.1.2 Importance des fonctions

Dans cette section, nous verrons d'abord l'importance des fonctions et les exigences de leur introduction dans les programmes scolaires du secondaire. Puis nous évoquerons l'importance des fonctions au niveau professionnel. Aussi bien les professions scientifiques que celles dites techniques sont visées ici. Enfin, nous terminerons par l'importance des fonctions dans la vie sociale.

1.1.2.1 Importance et exigences de l'introduction des fonctions dans les programmes scolaires

La notion de fonction est d'une importance fondamentale dans l'apprentissage des mathématiques, tant pour la place centrale qu'elle occupe dans les programmes scolaires, que pour ses liens étroits avec les disciplines scientifiques. En effet, au Québec par exemple, l'introduction de la notion de fonction chez les élèves débute dès la première année du premier cycle du secondaire avec les fonctions polynomiales de degré 0 et 1 et se poursuit en deuxième année avec les fonctions polynomiales de degré 2, les fonctions exponentielles, périodiques, en escalier et par parties (MELS, 2013, p. 51). Mais le programme prévoit de confronter d'abord les élèves avec la manipulation des expressions algébriques, à partir desquelles ils peuvent prendre conscience et identifier un lien de dépendance entre deux variables. L'une des applications des fonctions étant, entre autres, de modéliser des phénomènes physiques, l'étude des fonctions permet de ce fait aux élèves de percevoir l'influence de la variable indépendante sur la variable dépendante et même d'expliciter le lien entre les deux variables (Chevallard, 1989, 1990; Comin, 2005). Cette compréhension est essentielle pour représenter et interpréter un ensemble de fonctions de nature variée. Par exemple, observer la modification de l'aire (variable dépendante) d'un rectangle quand sa largeur (variable indépendante) varie, permet aux élèves de construire une table de valeurs et d'étudier l'influence de ce changement sur l'aire.

Nous avons consulté le programme de formation de l'école québécoise du secondaire de 2013 (nouvelle version) pour connaître les connaissances de base nécessaires aux élèves pour qu'ils abordent l'étude à proprement dite de la notion de fonction. Il ressort que le programme de formation de l'école québécoise tient compte du sens à donner aux liens de dépendance dans le cadre de l'étude de l'algèbre au secondaire. Dans la progression des apprentissages (PDA) de l'algèbre au secondaire, les informations consignées dans la figure ci-dessous (MELS, 2013, p. 51) y sont déclinées:

Sens et manipulation des expressions algébriques

→ L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant.

★ L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire.

L'élève réutilise cette connaissance.

	Primaire	Secondaire				
		1er cycle		2e cycle		
A. Expressions algébriques	**6e**	**1re**	**2e**	**3e**	**4e**	**5e**
1. Décrire, dans ses mots et à l'aide du langage mathématique, des régularités numériques						
2. Décrire, dans ses mots et à l'aide du langage mathématique, des suites de nombres et famille d'opérations	★					
3. Ajouter de nouveaux termes à une suite dont au moins les trois premiers termes sont donnés	★					
A. Relations, fonctions et réciproques	**6e**	**1re**	**2e**	**3e**	**4e**	**5e**
1. Dégager des régularités dans des situations diverses et représentées de différentes façons						
2. Analyser des situations à l'aide de différents registres (modes) de représentation	→	→	★			
3. Représenter globalement une situation par un graphique		→	★			
4. Choisir la variable dépendante et la variable indépendante				★		
5. Reconnaître des relations, des fonctions et des réciproques				★		

Figure 2: Extrait de la progression de l'étude de l'algèbre au secondaire (MELS, 2013, p. 51).

Dans cet extrait du programme de formation de l'école québécoise, si on s'en tient seulement aux mots ou groupes de mots “régularités numériques”, “suite”, “variables indépendante et dépendante” l’idée d’une variation ou d’une covariation y est présente. Par exemple, la suite formée des nombres carrés (1, 4, 9, 16, 25, 36, …) montre bien qu’il y a une variation (ou changement) d’un terme à un autre, suivant une certaine régularité: à savoir que les termes de la suite sont obtenus en multipliant chaque nombre naturel par lui-même. Quant à la covariation, elle est mise en jeu dans une relation fonctionnelle entre deux variables. Par exemple, si une variation de la variable a entraîne une variation de la variable b, il y a covariation entre les deux variables a et b. Même si les objets « variation » et « covariation » n’y figurent pas explicitement, une exploitation judicieuse des régularités numériques peut permettre de développer ces notions. On peut très bien penser, toute proportion gardée, que le programme de formation de l’école québécoise confère aux notions de variation et covariation une place implicite et un rôle d’outils de base à l’étude des fonctions.

Après avoir vu l’importance et les exigences de l’introduction des fonctions dans le programme de formation, nous allons continuer de voir cette importance au niveau de la vie professionnelle.

1.1.2.2 Importance des fonctions dans la vie professionnelle

Comprendre la notion de fonction est capital pour des études conduisant aux professions scientifiques comme celles d’ingénieur, médecin, physicien, chimiste, informaticien, économiste, etc. qui utilisent beaucoup le calcul différentiel et intégral. En fait les fonctions sont à la base de la chaîne des contenus (Continuité, Limites, Dérivées, Intégrales) nécessaires pour l’introduction du calcul différentiel. Par exemple les chimistes, qui sont souvent préoccupés à connaître la concentration d’un produit lors d’une réaction chimique, font appel à des connaissances sur les fonctions et notamment sur le taux de variation pour résoudre ce genre de problème. Il y a aussi les problèmes d’optimisation, pour les industriels par exemple, qui cherchent à savoir à quelles conditions ou à quels moments le bénéfice issu de la vente d’un produit passera par un minimum ou par un maximum pour un coût de production donné, qui font aussi appel à des connaissances sur les fonctions.

D’un autre côté, plusieurs professions techniques comme la foresterie, l’hôtellerie, la restauration, qui ne requièrent pas nécessairement un parcours scolaire basé sur les mathématiques, font parfois face à des situations fonctionnelles. Par exemple, une des compétences que doit avoir un professionnel en foresterie est d'être capable d'associer des hauteurs et des diamètres d'arbres à des stades de semis, de gaulis, de perchis et de futaie. Il doit pour cela considérer la variation des hauteurs et des diamètres des arbres en fonction des essences, de la fertilité du sol, de l'altitude. Il importe donc aux personnes qui souhaitent faire carrière dans les professions techniques, non seulement d'en avoir conscience mais d'être aussi capable de traduire des situations-problèmes en relations fonctionnelles pour les comprendre et les résoudre.

La notion de fonction est presque incontournable, aussi bien dans les programmes scolaires que dans la vie professionnelle. Mais l'omniprésence des situations fonctionnelles, de manière générale, ne se limite pas seulement au niveau des programmes ou de la vie professionnelle, elle touche même la vie quotidienne de chaque citoyen, surtout dans notre société moderne, dominée par l'économie.

1.1.2.3 Importance des fonctions dans la vie sociale

On rencontre dans des activités quotidiennes, dans un cadre aussi bien non mathématique que de l'enseignement des mathématiques, des situations de dépendance entre deux phénomènes quantifiables. Il faut cependant faire attention, car des fois le mot « fonction » n'est pas utilisé dans le sens mathématique. Ainsi, par exemple, dans le cas de la mesure, on écoute souvent que le poids est fonction de la taille, ce qui signifie qu'usuellement le poids dépend de la taille mais pas que la quantité «poids» est une fonction – au sens mathématique – de la quantité «taille». Dans d'autres contextes, il est possible de modéliser et simplifier des phénomènes à travers des fonctions. Ainsi, nous savons par exemple que l'impôt à payer dépend du revenu et que plus le revenu est élevé, plus important est l'impôt à payer; dans un modèle simplifié, ceci revient à dire que l'impôt est une fonction du revenu. La plupart des phénomènes qui régissent nos activités quotidiennes peuvent être modélisés par des situations fonctionnelles. Par exemple, lorsqu'un client se rend chez le boucher pour acheter de la viande, le prix qu'il paie va dépendre du nombre de kilos de viande demandés. Ainsi, plus il commande de kilos de viande, plus le prix à payer sera élevé. Les situations fonctionnelles, comme celle-là, auxquelles nous faisons régulièrement face, influencent nos choix et nos décisions. Cela est d'autant plus vrai que le client qui veut acheter de la viande doit choisir entre moins de kilos ou plus de kilos à acheter et la décision peut être délicate s'il a par exemple une réception à organiser pour des invités.

Même s'il est vrai que les besoins d'application des fonctions ne sont pas les mêmes pour les élèves en général et pour les professionnels, une formation de base offrant à tous de pouvoir comprendre le phénomène de la variation d'une quantité dépendamment et simultanément de la variation d'une autre quantité est un avantage à nos yeux. Ainsi avec cette formation de base, il serait plus aisé de trouver la règle permettant de faire un calcul rapide sur une situation fonctionnelle donnée devant laquelle on pourrait se trouver dans la vie courante et sociale. Par exemple, si un employé d'une compagnie décide d'emprunter l'autobus, pour se rendre chaque jour à son lieu de travail, sachant que chaque aller simple coûte 3,25 $ et qu'il prévoit de prendre l'autobus deux fois par jour, il peut calculer combien le transport lui coûtera pour une période donnée. Grâce à un modèle mathématique représentant cette situation, il lui sera possible de calculer le coût exact de son transport en plus de lui permettre de répondre à certaines autres questions qu'il peut se poser. S'il veut, par exemple, savoir « combien coûtera son transport pendant une durée de 144 jours de travail » ou « pendant combien de jours pourrait-il prendre l'autobus s'il épargne 650 $? ». Plusieurs situations faisant appel à un modèle proportionnel font appel (du moins de façon implicite) à la notion de fonction (sachant que la proportionnalité directe correspond aux fonctions de type $y = kx$). Ainsi, si le salaire d'une personne par heure de travail est de 15$, il est possible de calculer le salaire pour n'importe quel nombre d'heures; de plus, si la personne fait une heure de plus (ou de moins), il est possible de déduire comment varie le salaire à verser.

Nous venons de voir l'importance des fonctions aussi bien dans les programmes scolaires que dans la vie professionnelle et la vie sociale. Mais malgré cette importance, l'apprentissage des fonctions ne va pas toujours de soi, car de nombreux élèves continuent d'éprouver des difficultés au cours de leurs études secondaires et arrivent à l'université avec une faible compréhension de cette notion (Eisenberg, 1992; Evangelidou *et al*., 2004). Nous allons par la suite voir quelques difficultés identifiées par la recherche auxquelles certains élèves font face dans l'apprentissage des fonctions.

1.1.3. Les difficultés des élèves dans l'apprentissage des fonctions

Evangelidou et ses collègues (2004) se sont intéressés aux conceptions que les étudiants ont de la notion de fonction. Les participants à leur étude étaient inscrits à un programme de mathématiques et la plupart étaient destinés à devenir enseignants du primaire. Essentiellement, les tâches consistaient à reconnaître et construire des types de fonctions données, définir la notion de fonction et à donner des exemples d'applications des fonctions dans la vie réelle. Les résultats ont révélé trois fortes tendances de conceptions chez les étudiants avec la notion de fonction. Il ressort que les étudiants ne semblent pas connaître la nuance qui existe entre une application et une fonction, ce qui leur cause des difficultés à identifier des courbes qui correspondent à des fonctions. En fait, les fonctions les plus souvent rencontrées en mathématiques sont telles que tous les éléments de l'ensemble de départ ont une image : on les appelle des applications. De plus, les étudiants associent les fonctions à un type de diagramme donné, principalement le diagramme cartésien. Les résultats de ces auteurs soulignent par ailleurs les difficultés des étudiants à représenter des situations fonctionnelles à l'aide d'un graphique ou d'une formule, à interpréter des informations dynamiques dans un graphique et à identifier correctement le rôle des variables indépendante et dépendante. D'après ces mêmes auteurs, les étudiants ne connaissent pas souvent non plus l'axe convenable pour placer chacune des variables, sans compter qu'ils confondent points et coordonnées sur un graphique. Le graphique est l'un des outils par lesquels on peut traduire une situation où une quantité dépend d'une autre. Le graphique permet ainsi de mieux visualiser comment la variable dépendante varie en fonction de la variable indépendante, en plus de permettre d'estimer ou de prédire d'autres valeurs, en particulier s'il y a une valeur extrême. La connaissance des conventions (variable indépendante sur l'axe des abscisses et variable dépendante sur l'axe des ordonnées, coordonnées, repère etc.) qui président à la construction d'un graphique est, de ce point de vue, très importante.

De son côté, Comin (2005) rapporte les difficultés des élèves à reconnaître les représentations graphiques, parmi plusieurs courbes, qui correspondent à des fonctions. Cette chercheuse rapporte également que les élèves qui conçoivent la notion de fonction uniquement en termes de formules et de procédures de calcul sont incapables d'avoir une compréhension plus large de la notion de fonction, c'est-à-dire qui couvre plusieurs de ses aspects. Or, *une fonction modélise « une dépendance entre variables en décrivant une correspondance terme à terme entre les valeurs prises par ces valeurs* » (Comin, 2005, p. 37). Oehrtman et ses collègues (2008) indiquent qu'il est fréquent chez les étudiants d'avoir des difficultés à distinguer une fonction définie algébriquement d'une équation compte tenu de la variété d'utilisations du symbole « = ». De nombreux élèves ont du mal à concevoir qu'une même fonction soit représentée par des formules différentes. Par exemple, $f_1(n) = n^2$ et $f_2(n) = \sum_{k=1}^{n}(2k-1)$ définissent la même fonction sur les nombres naturels, mais à travers des opérations algébriques différentes.Toutes ces difficultés engendrent une faible compréhension de la notion de fonction chez les élèves. Nous avons consulté quelques travaux de recherche qui traient de la compréhension de la notion de fonction. C'est l'objet des lignes suivantes qui focalisent notamment sur la compréhension de la notion de fonction telle que vue par Sierpinska et Thompson.

1.1.4 La compréhension de la notion de fonction

Sierpinska (1992) propose une méthode pour définir la compréhension d'une notion mathématique, en l'occurrence celle de fonction. Pour elle, la notion de fonction peut être définie de manière symbolique, presque sans aucun mot et le sens de la notion est confiné dans ce symbolisme. Quand la notion est appliquée dans un contexte mathématique, un langage spécifique est alors utilisé et ce langage apporte une compréhension qui va au-delà de la simple logique de la définition. Si le contexte concerne les lois physiques ou les lois du marché par exemple, nous pourrons dire que la distance parcourue par un mobile est une fonction du temps, ou que le prix est une fonction de la quantité de marchandise sur le marché... Si nous nous posons, par exemple, la question « que dit la définition de la notion de fonction? », une réponse serait de dire que c'est un triplet ordonné (X, Y, f), où X et Y sont des ensembles et f un sous-ensemble de $X \times Y$ tel que si (x, y) appartient à f et (x, y') appartient à f, alors $y = y'$.

Elle décrit ensuite la compréhension de la notion de fonction en termes de conditions de compréhension. Sur la base du postulat selon lequel, les notations symboliques X et Y font référence au monde des changements et de l'évolution des objets, celle de $f(x)$ au monde des relations entre ces changements, la condition préalable pour comprendre la notion de fonction selon Sierpinska (1992, p. 31, traduction libre) *« est d'être conscient de l'existence de ces mondes »*. Elle énonce ensuite une série de conditions fondamentales pour la compréhension des fonctions, dont la dix-huitième constitue le résumé: « *Synthèse du rôle de la notion de fonction et de la cause de l'histoire des sciences: Sensibiliser sur le fait que les recherches fonctionnelles et les relations causales sont deux expressions de l'activité humaine pour comprendre et expliquer les changements dans le monde* » (p. 56, traduction libre). Même si à la place de variation, cette auteure préfère le terme changement, nous pensons que la proposition de la compréhension de la notion de fonction qu'elle offre est fondée sur la variation et la covariation entre deux quantités, ce qui rejoint notre démarche.

Les propositions de Thompson (1994) qu'il désigne, pour sa part, « actions mentales », n'étant pas très de loin de celles de Sierpinska, nous ne les reprendrons pas ici. Il est, cependant, important de souligner que la notion de covariation est par contre présente chez cet auteur: « *représenter et interpréter les aspects covariationnels d'une fonction c'est-à-dire reconnaître et caractériser la façon dont le changement dans une variable affecte le changement dans l'autre variable* » (1994, p. 38, traduction libre). La présentation de ces actions conforte l'idée selon laquelle les notions de variation et de covariation occupent une place fondamentale dans la compréhension des fonctions. Ainsi, parler de changement de la valeur d'une variable ou de deux variables ne revient, en fait, qu'à parler des notions de variation et covariation. L'éclaircissement sur ce qu'on doit ou peut entendre par « compréhension des fonctions » étant fait, nous pouvons maintenant souligner quelques travaux de recherche qui recommandent l'acquisition préalable des notions de variation et covariation chez les élèves comme prélude à la notion de fonction.

1.1.5 Les notions de variation et covariation comme prélude à la notion de fonction

La notion de variation fait référence aux changements de valeur d'une variable alors que la covariation est décrite comme étant les changements simultanés des valeurs de deux variables (Thompson & Carlson, à paraître). La recommandation pour que les programmes scolaires et l'enseignement mettent davantage l'accent sur la compréhension des idées de covariation est de plus en plus répandue (Carlson, 1998; Comin, 2005; Kieran, 2004; Oerthman *et al*., 1998). Dans ce sens, davantage de possibilités doivent être données aux élèves de développer un raisonnement avec la covariation. On peut, par exemple, faire travailler les élèves certaines actions mentales de coordination dans l'étude des différentes fonctions et des régularités (Oehrtman *et al*., 2008). Ces actions mentales consistent à amener les élèves à : 1) coordonner la dépendance d'une variable sur une autre variable, 2) coordonner la direction du changement d'une variable avec le changement de l'autre variable, 3) coordonner la quantité qui change dans une variable avec les variations dans l'autre variable.

Par ailleurs, l'idée d'amener les élèves à raisonner d'abord avec les notions de variation et covariation pour développer chez eux la notion de fonction est soutenue par plusieurs chercheurs (Carlson, 1998; Carlson *et al*., 2002; González-Martín *et al*., 2008; Hitt & González-Martín, 2015; Hitt & Morasse, 2009; Kieran, 2004; Oerthman *et al*., 2008). Par exemple, González-Martín *et al*., (2008) ont développé une activité pour favoriser l'évolution des représentations spontanées des élèves vers des représentations institutionnelles (représentations graphiques) à travers la notion de covariation. Il s'agissait essentiellement de voir comment les représentations spontanées des élèves évoluent à propos d'une situation-problème dénommée "le randonneur". L'une des questions posées aux élèves était de décrire comment la distance entre le randonneur et le point de secours varient en fonction de la position du randonneur sur la piste (la piste est de forme carrée). À cette question, la réponse donnée par un groupe d'élèves est la suivante: « *plus le randonneur s'approche du milieu d'un côté de la piste, la distance qui le sépare du poste de secours se réduit, mais cette distance augmente quand le randonneur dépasse le milieu du côté de la piste et s'approche du coin»* (p. 94). Les résultats indiquent que les représentations spontanées des élèves avaient pu évoluer, grâce à un matériel de manipulation, d'une représentation de la situation-problème (registre verbal) vers une représentation qui est proche d'une représentation institutionnelle (registre graphique). Mais les résultats indiquent plus spécifiquement que les activités, dans laquelle les notions de variation et covariation sont impliquées, semblent être efficaces pour l'introduction et la compréhension de la notion de fonction.

Si les programmes d’enseignement des établissements secondaires s'appuyaient sur cette approche de variation et covariation, on pourrait ainsi promouvoir alors chez les élèves une vision plus souple et plus robuste de la notion de fonction (Ellis, 2011; Oehrtman *et al*., 2008). Concevoir les fonctions comme un moyen de représenter la variation des quantités peut être une approche plus puissante que le modèle de correspondance, en ce que la variation a la capacité de promouvoir les fonctions en termes de taux de variation d’après Ellis (2011). En outre, l’approche de la covariation peut aider à donner du sens au phénomène des relations de dépendance, du lien de causalité, de l’interaction et de la corrélation entre les quantités. Nous avons emprunté la figure ci-après à une étude de Ellis (2011) pour illustrer graphiquement la covariation de deux grandeurs (dans l’étude de Ellis, la largeur et l’aire d’une clôture[3]) entre lesquelles il existe une relation de dépendance.

«Problème 3:
Ravi a 120 mètres de clôture pour faire son enclos de lapins rectangulaire. Il veut clôturer la plus grande aire possible. Voici le graphique dessiné par Ravi qui décrit la relation entre la largeur et l’aire: Trouve une équation de la parabole ci-dessous.» (Ellis, 2011, p. 221, traduction libre).

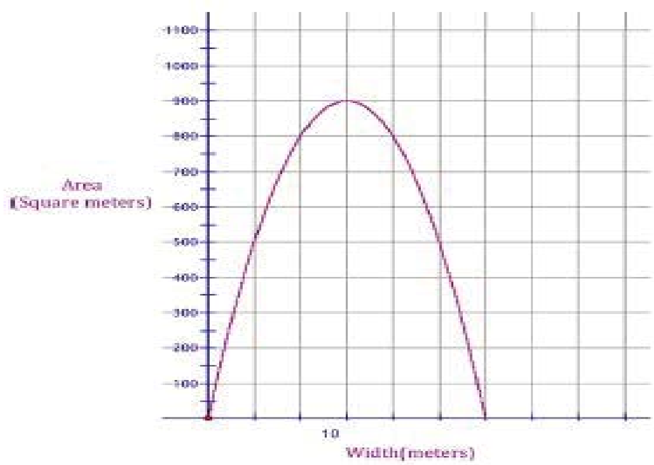


Figure 3: Illustration d’une relation fonctionnelle entre deux grandeurs dont l’une varie en fonction de l’autre (Ellis, 2011, p. 211)

[3]Problème nº 3: Ravi has 120 meters of fence to make his rectangular rabbit pen. He wants to enclose the largest possible area. Here is Ravi’s graph of the relationship between the width and the area.

Une fonction devrait maintenant être examinée en termes de changement de coordonnées des valeurs x et y. L'approche covariationnelle de la notion de fonction implique donc pour cela que les élèves soient capables d'imaginer un changement de y_m à y_n en coordination avec le mouvement de x_m à x_n (González-Martín *et al*, 2008; Hitt & González-Martín, 2015). À l'école primaire, il est important de faire travailler ces notions de variation et covariation dans le cadre des activités pré-algébriques car elles permettent de faire passer les élèves d'un mode de pensée arithmétique à un mode de pensée algébrique (Kieran, 2004, pp. 141-142). Nous discutons donc, dans la section suivante, de l'importance du pré-algèbre et de celle de travailler ces notions au primaire.

1.1.6 Quelques travaux de recherche sur l'importance du pré-algèbre

L'expression "pré-algèbre" englobe le raisonnement algébrique et les relations fonctionnelles pour l'introduction de certaines activités liées à l'algèbre très tôt auprès des apprenants du préscolaire et du primaire. Il est important de travailler les activités pré-algébriques impliquant les notions de variation et covariation parce que de plus en plus des recherches se focalisent ces dernières années sur le développement de la pensée algébrique dès l'école primaire, voire depuis le préscolaire (Cai & Knuth, 2011).Cette pensée algébrique,dont la capacité à "généraliser" en est la caractéristique principale d'après Kaput (1999) est perçue comme une étape préliminaire pour l'enseignement et l'apprentissage de la notion de fonction (Blanton & Kaput, 2004; Carpenter & Franke, 2001; Carraher & Schliemann, 2007; Chevallard, 1985; Comin, 2005; Ellis, 2011; Radford, 2012).

Par exemple, Walkowiak (2014) a exploré comment des élèves du primaire décrivent, prolongent et généralisent des patterns. L'auteur résume la stratégie d'une élève (Dara) participant à l'étude ainsi: « *utilisant un raisonnement figural et sa compréhension des nombres, elle parvient à établir un lien clair entre le changement du nombre de figures dans une image et celui du nombre qui représente la position de l'image, démontrant ainsi l'idée de changement concomitant* » (p. 56, traduction libre). Les résultats de cette étude indiquent que les patterns sont un outil prometteur dans le développement de la pensée algébrique confirmant ainsi les résultats de certaines recherches réalisées plutôt comme celle de Carpenter et Franke (2001) ou de Radford (2012). En effet, Carpenter et Franke (2001) avaient déjà pu identifier un début de raisonnement algébrique chez des jeunes élèves ainsi qu'un potentiel à entrer dans un mode de pensée algébrique et fonctionnel chez des élèves encore plus jeunes (7-8 ans). Plus récemment, Radford (2012) a présenté à des élèves de l'école primaire une activité (Figure 4) dans laquelle on a trois carrés (deux carrés blancs et un carré gris) pour l'image qui est en première position et leur demandait de prédire le nombre de carrés dans les images de la cinquième et sixième position si on double le nombre de carrés blancs à chaque image suivante. Le fait d'observer que la variation du nombre de carrés dépend de la variation de la position de l'image qui leur est associée, a permis aux participants de prendre conscience d'une relation fonctionnelle dans laquelle il y a variation aussi bien de la position de l'image que du nombre de carrés.

«*Activité d'extension de patterns dans une classe de 2^{e} année primaire (6-7 ans). Consigne de travail: Prolonger la séquence jusqu'à la figure 6.*»

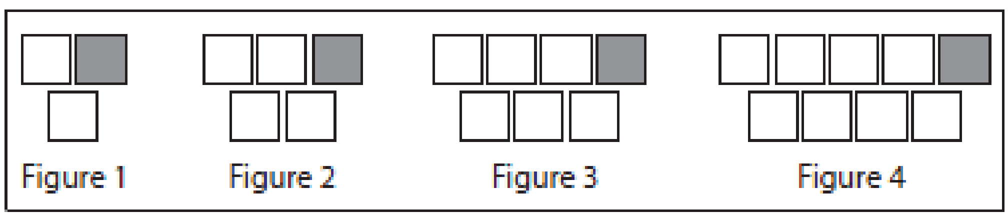


Figure 4: Exemple d'activité pré-algébrique dans laquelle les objets variation et covariation pourraient être travaillés au préscolaire-primaire (Radford, 2012, p. 3).

Il est aussi important de travailler les activités pré-algébriques impliquant les notions de variation et covariation parce que les patterns sont maintenant un sujet d'étude dans les programmes et manuels scolaire de nombreux pays (Moss & McNab, 2011). Ainsi, l'enseignement du pré-algèbre peut faciliter une transition assez douce entre l'arithmétique et l'algèbre et pourrait donc aider les élèves à aborder plus sereinement l'algèbre au secondaire et plus particulièrement la notion de fonction. Dans cette perspective, un travail de redéfinition des symboles mathématiques tels que « = » est nécessaire car ce symbole est souvent employé avec un sens différent dans les pratiques algébriques et dans les pratiques arithmétiques (Kieran, 1989, 2004; Schmidt, 1996). En effet, alors qu'en arithmétique le symbole « = » est associé par certains enseignants et élèves à "un résultat" (Ex : 3 + 2 = 5), l'algèbre l'utilise pour exprimer une équivalence entre deux expressions (Ex: $5x + 2 = 3x + 8$). L'introduction du pré-algèbre, notamment les activités impliquant les notions de variation et de covariation au primaire, joue par conséquent un rôle important dans la préparation des élèves à l'étude ultérieure des fonctions.

Cependant, si on a pu constater un potentiel début de pensée algébrique susceptible de déclencher l'idée de fonction chez certains jeunes élèves, il reste néanmoins que de nombreux autres élèves éprouvent des difficultés à construire une conceptualisation de la notion de fonction à partir des régularités avec les patterns. Par exemple, Yeşildere İmre & Akkoç, (2012) ont noté la tendance chez les élèves à trouver le terme suivant d'une suite à partir du précédent, ce qui les empêche de voir la structure des éléments de la suite et à trouver facilement les autres termes. Ils ne savent pas, en plus, ce que signifie le symbole n pour pouvoir écrire le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite. Ils manquent même d'un langage approprié pour décrire la relation entre les variables en présence, en plus d'être incapables de visualiser spatialement les images des patterns (Warren, 2005).

1.1.7 Synthèse sur la notion de fonction

Nous venons de voir le premier axe de notre problème de recherche relativement à la notion de fonction. Dans cet axe, nous avons d'abord cherché à cerner la notion de fonction en dégageant les notions clés qui lui sont rattachées, en proposant une définition qui prend en compte ces notions clés et en déclinant quelques registres de représentation des fonctions. Nous nous sommes employés à montrer ensuite l'importance de la notion de fonction dans les programmes scolaires, dans la vie professionnelle et dans la vie sociale. Puis une consultation minutieuse de certains travaux de recherche a révélé le rapport problématique que les élèves ont avec la notion de fonction au regard des difficultés qu'ils éprouvent dans l'apprentissage de cette notion. La nature des difficultés des élèves relevées par de nombreuses recherches, appuyée par le constat selon lequel le scénario d'enseignement néglige les notions de variation et covariation nous a conduits à adhérer à la recommandation de la recherche de développer d'abord les notions de variation et covariation chez les élèves en prélude à la notion de fonction. Étant donné la faible compréhension que les élèves ont de la notion de fonction, nous avons brièvement clarifié ce que l'on doit entendre par « comprendre la notion de fonction ». À la suite de cela, nous avons souligné l'importance de l'enseignement du pré-algèbre à l'école primaire dans lequel des activités en lien avec les notions de variation et covariation peuvent être menées, avant finalement de montrer comment ces notions peuvent servir comme prélude à la notion de fonction.

L'élève apprend en interaction avec ses pairs mais surtout sous le guide du maître. Aussi, la préoccupation de vouloir favoriser une meilleure acquisition de la notion de fonction chez les élèves pourrait difficilement être entendue et être fructueuse si les maîtres ne sont pas eux-mêmes préparés à prendre en charge cette question. Nous allons nous intéresser aussi à la formation des enseignants du primaire, une formation qui est souvent pointée du doigt pour ses lacunes. Le deuxième axe de notre problème de recherche se focalise donc sur la formation des enseignants du primaire que nous allons essayer d'ausculter au titre de la deuxième partie de ce chapitre.

1.2 La formation des enseignants

Il existe des travaux de recherche en éducation qui se sont intéressés à la formation des enseignants, en identifiant par exemple les connaissances mathématiques que doivent avoir les enseignants (Ball, 1988a, 1988b, 1990; Ball *et al*., 2008; Shulman, 1986). Ces efforts, effectués au niveau de la recherche, n'ont pour but que de mieux outiller les enseignants et de rendre, par conséquent, l'enseignement des mathématiques plus efficace. Ces recherches, en plus d'autres réalisées dans le contexte de l'enseignement primaire (Lajoie & Barbeau, 2000; Morin, 2008; Morin & Theis, 2006), ont permis de faire ressortir les lacunes et faiblesses dans la formation des enseignants. Nous passons donc en revue les connaissances que doivent avoir les enseignants, selon plusieurs recherches, relativement aux mathématiques en général et à la notion de fonction en particulier, leurs attitudes vis à vis des mathématiques et finalement la conception qu'ils se font de l'enseignement des mathématiques.

1.2.1Les connaissances mathématiques des enseignants

Le souci de l'efficacité de l'enseignement des matières scolaires, et corolairement celui de la formation des enseignants, ont conduit Shulman (1986) à établir une catégorisation des connaissances nécessaires à tout enseignant pour enseigner. Ces connaissances ont aussi été utilisées dans le domaine des mathématiques. Dans ses premiers travaux, Shulman distingue d'abord trois catégories de connaissances.

Il y a tout d'abord les connaissances du contenu de la matière (SMCK), qui font référence à la compréhension d'un contenu et de sa connaissance *per se*, c'est-à-dire une connaissance qui ne se limite pas seulement au contenu lui-même. Mais une connaissance qui comprend aussi les différentes formes que peut prendre ce contenu et ses liens possibles avec d'autres contenus, sa validité selon les contextes et son organisation. Cette catégorie de connaissances nécessite d'avoir une solide formation en mathématique qui peut conférer aux enseignants une bonne maîtrise des contenus à enseigner.

Il y a ensuite les connaissances curriculaires (CK) qui permettent à l'enseignant d'appréhender la place et le rôle joué par un contenu dans le corpus des savoirs scolaires. Cette catégorie de connaissances concerne aussi toutes les stratégies, les techniques d'enseignement et le matériel didactique adéquat. La connaissance des programmes est ici centrale.

Il y a enfin les connaissances didactiques[4] du contenu (PCK) qui renvoient à toutes les explications, les démonstrations, les formes de représentations du contenu et les comparaisons ou analogies, en plus des exemples qu'un enseignant peut utiliser. Cette catégorie de connaissances comprend en fait toutes les illustrations que l'enseignant utilise pour rendre le contenu compréhensible à ses élèves. Cette catégorie de connaissances inclut aussi une compréhension de ce qui rend l'apprentissage de certains contenus spécifiques facile ou difficile; ainsi que les difficultés ou même les conceptions et préconceptions que les élèves de

[4]Shulman parle de «pédagogical content knowledge» mais nous avons préféré la traduction "connaissances didactiques" plutôt que "connaissances pédagogiques" parce que le mot didactique reflète mieux le lien étroit entre la connaissance du contenu et cette connaissance spécifique pour l'enseignement.

différents âges et milieux apportent avec eux. Dans le cas où ces préconceptions se révèlent comme des conceptions fausses, l'enseignant a alors besoin des stratégies fructueuses pour réorganiser l'apprentissage de ces contenus.

Shulman a complété ces trois catégories de connaissances (SMCK, CK et PCK) par quatre autres (voir figure 5), avant de souhaiter que ces catégories de connaissances soient améliorées ou que d'autres catégories soient développées. À noter que parmi ces catégories de connaissances, les connaissances didactiques du contenu (PCK) sont pour Shulman d'un intérêt particulier car elles constituent un mélange de contenu disciplinaire et de didactique. L'ensemble des catégories de Shulman est présenté ci-dessous.

- Les connaissances pédagogiques générales, avec une référence particulière aux grands principes et stratégies de gestion et d'organisation de classe qui semblent transcender le sujet.
- Les connaissances des apprenants et de leurs caractéristiques.
- Les connaissances des contextes éducatifs, partant du fonctionnement du groupe ou de la classe, de la gouvernance et le financement des districts scolaires, au caractère des communautés et des cultures.
- Les connaissances des finalités éducatives, des objectifs et des valeurs, et leurs portées philosophiques et historiques.
- Les connaissances du contenu.
- Les connaissances des programmes d'études, notamment avec la prise en compte du matériel et des programmes qui servent comme "outils du métier" pour les enseignants.
- Les connaissances didactiques du contenu, cet amalgame spécial de contenu et de didactique qui est du seul ressort des enseignants selon leur propre forme de compréhension professionnelle particulière.

Figure 5: Les catégories de connaissances de Shulman
(Shulman, 1987, p. 8, traduction libre).

D'autres chercheurs (Ball, 1988a, 1988b, 1990; Ball*et al*., 2008) se sont inspirés des catégories de connaissances de Shulman (1986), en s'appuyant notamment sur les connaissances du contenu de la matière (SMCK) et les connaissances du contenu didactique (PCK) pour élaborer un autre modèle des connaissances mathématiques pour l'enseignement. L'intention est surtout de clarifier ces deux catégories de connaissances, jugées trop générales chez Shulman, en offrant d'autres catégories et conséquemment de ressortir la distinction entre la compréhension qu'un spécialiste peut avoir d'une matière et celle d'un enseignant. Le fait pour un enseignant d'avoir aussi la compréhension en tant que spécialiste de la matière serait un bon atout pour mieux aider les élèves à comprendre les mathématiques.

Ball et ses collègues définissent les connaissances mathématiques pour l'enseignement (CME) comme les connaissances mathématiques nécessaires pour réaliser les tâches d'enseignement. Les connaissances mathématiques pour l'enseignement sont composées des deux catégories de connaissances de Shulman (1986), soient les connaissances du sujet mathématique (SMCK) d'un côté et les connaissances didactiques du contenu (PCK) de l'autre côté. Puis chacune de ces deux catégories de connaissances de Shulman a été affinée en trois sous catégories (voir figure 6 ci-dessous).

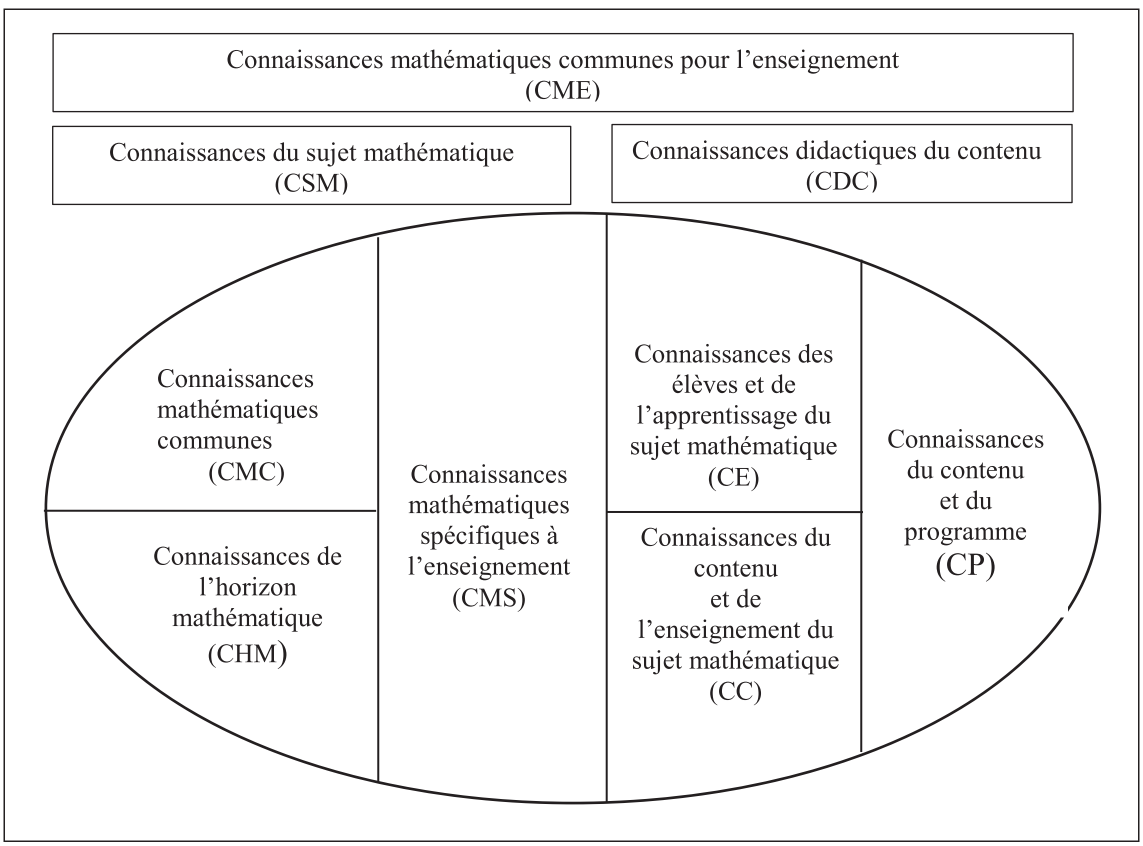


Figure 6: Catégories des connaissances mathématiques pour l'enseignement selon Ball et *al*. (2008, p. 403, traduction libre).

Ball et ses collègues (2008) approfondissent les connaissances du sujet mathématique (CSM)en connaissances mathématiques communes (CMC), en connaissances spécifiques du contenu mathématique (CMS) et en connaissances de l'horizon du contenu (CHM). Les premières ressortent chez l'enseignant quand il s'agit, par exemple, de calculer ou de résoudre des problèmes. Les deuxièmes sont celles que l'enseignant mobilise lors des tâches d'enseignement, pour valider par exemple une procédure originale d'un élève. Les troisièmes concernent les liens qui existent entre les notions mathématiques et dont tout enseignant doit avoir conscience pour ne pas cloisonner l'enseignement des contenus.

Cette dernière sous-catégorie de connaissances (CHM) conforte la préoccupation de cette recherche dans la mesure où Ball et ses collègues (2008) la définissent comme:

> *« une prise de conscience sur la façon dont les contenus mathématiques sont reliés les uns aux autres dans la durée et dans les programmes scolaires. Les enseignants de première année, par exemple, ont besoin de connaître comment les contenus mathématiques qu'ils enseignent sont reliés aux contenus mathématiques que les élèves apprendront en troisième année, pour être en mesure de jeter les bases des contenus mathématiques qui attendent les élèves plus tard* » (p. 403, traduction libre).

Par exemple, pouvoir établir des liens entre la droite numérique telle que vue au primaire avec des entiers et telle que vue au secondaire avec des réels. La droite numérique est en effet présentée aux élèves du primaire comme une ligne continue permettant d'appréhender la succession, c'est-à-dire l'ordre, des nombres entiers (Noirfalise & Matheron, 2009, pp. 144-145). Au secondaire, la droite numérique est synonyme d'un ensemble ordonné des nombres réels. Les nombres réels, qui ne sont alors que des points, constituent la droite affine $\mathbb{R}$ (Bronner, 1992, p. 107). Les connaissances de l'horizon du contenu (CHM) sont, entres autres, nécessaires aux enseignants du primaire pour jeter les bases, à partir des objets variation et covariation, de l'étude des fonctions qui attendent les élèves plus tard au secondaire. Pour Ball*et al*. (2008), la capacité pour un enseignant à faire acquérir aux élèves les connaissances se situe dans la maîtrise de l'ensemble de ces catégories de connaissances. Mais faire acquérir ces connaissances à un enseignant et qu'il les maîtrise, est cependant parfois un enjeu pour les programmes de formation.

Quantaux connaissances didactiques du contenu (CDC), elles sont approfondies en connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (CE), en connaissances du contenu et de l'enseignement du contenu mathématique (CC) et en connaissances du contenu et du programme (CP). Les premières concernent les connaissances des enseignants sur leurs élèves, en termes de motivation à apprendre les mathématiques, les difficultés que ces derniers éprouvent, etc. Les deuxièmes portent sur la construction de l'enseignement en termes d'articulation de la séquence, du choix des situations-problèmes ou des exemples. Mais cette deuxième sous-catégorie (CC) inclut aussi les explications, les démonstrations, les formes de représentations du contenu et les comparaisons et des exemples dont se sert un enseignant pour un contenu mathématique donné. La troisième sous-catégorie est presque identique à celle de Shulman lui-même, c'est-à-dire qu'elle fait référence aux connaissances de l'enseignant sur la place et le rôle du contenu mathématique dans le programme.

L'intérêt d'examiner les connaissances des enseignants se situe dans la perspective d'une formation globale étant donné que ces connaissances auront à influencer leurs pratiques d'enseignement et les résultats des élèves. Une formation qui doit être le plus efficace et globale possible car nécessaire pour l'efficacité de l'enseignement. Nous pouvons aussi situer cet intérêt dans le fait que les futurs enseignants sont exposés à différentes perspectives et orientations de formation selon les institutions de formation dans lesquelles ils sont enrôlés, les connaissances qu'ils y développent étant souvent formatées à l'image de ces institutions. Parlant d'institutions, les transitions institutionnelles que vivent des étudiants appelés à devenir des enseignants sont parfois des moments de remise en cause, de confrontation entre connaissances acquises antérieurement et celles développées au moment de la formation, ce qui peut causer des difficultés d'apprentissage. Nous reviendrons, dans le deuxième chapitre sur l'importance de la formation des enseignants dans une perspective institutionnelle. Les approches théoriques que nous venons de voir, de type plutôt psychologique, sur les connaissances pour l'enseignement ont permis d'identifier des lacunes et faiblesses dans la formation des enseignants du primaire (Ball, 1988a; 1990; Morin, 2008; Morin & Theis, 2006;

Warren, 2005; Yeşildere İmre & Akkoç, 2012). Nous allons donc évoquer dans les lignes qui suivent ces lacunes et faiblesses identifiées par la recherche dans la formation des enseignants du primaire.

1.2.2 Les lacunes identifiées par la recherche dans la formation des enseignants du primaire

Les difficultés des futurs enseignants du primaire avec les mathématiques, de manière générale, sont nombreuses et variées. Parmi les notions mathématiques qui posent des difficultés aux futurs maîtres, il y a les opérations de la multiplication et de la division, les nombres décimaux et les fractions (Ball, 1990). Les étudiants en formation des maîtres n'appliquent pas, par exemple, les « règles » de la division adéquatement et nombreux sont ceux qui « trouvent 215 comme résultat de l'opération suivante : 6315 ÷ 3 » (Ball, 1990, p. 463). En géométrie, les limites mathématiques des étudiants sont souvent aussi observées. Par exemple, lorsqu'il faut raisonner avec une activité de classification des quadrilatères à l'aide d'un diagramme de Venn, les étudiants ont beaucoup de difficultés à comprendre les principes d'inclusion et de réciprocité impliqués dans cette classification (Morin & Theis, 2006). Ces difficultés semblent être directement liées à une incompréhension des concepts de base, à savoir: le nombre, l'algorithme de division, la fraction, les polygones, etc. Les futurs enseignants du préscolaire-primaire au Québec ne semblent pas être épargnés par des lacunes et faiblesses dans leur formation à l'enseignement des mathématiques.

Les connaissances mathématiques des étudiants entrant en formation des maîtres au préscolaire-primaire au Québec ont retenu l'attention de Morin et Theis (2006), étant donné que la majorité de ces candidats n'a presque pas suivi de cours de mathématiques au collégial. Les résultats obtenus par Morin et Theis (2006) indiquent que ces étudiants ne sont pas en mesure de résoudre des problèmes mathématiques élémentaires, qu'ils ne semblent même pas avoir acquis les connaissances de base impliquées dans ces problèmes. D'autres chercheurs (Lajoie & Barbeau, 2000; Morin, 2008) sont parvenus à des constats similaires, voire plus alarmants en déplorant la faible maîtrise des contenus mathématiques par les étudiants en formation de maîtres pour le préscolaire-primaire. Une faiblesse qui se manifeste souvent avec des contenus très simples, dont ceux enseignés au primaire, et qui s'observe plus particulièrement au moment de raisonner, d'expliquer et de justifier.

Concernant la notion de fonction, les difficultés constatées chez les futurs enseignants ne sont pas si différentes de celles identifiées du côté des élèves. Les résultats obtenus par Hansson et Grevholm (2003), en cherchant à identifier les conceptions des futurs enseignants du secondaire sur l'expression $y = x+5$, sont assez significatifs de leur compréhension de la notion de fonction. L'étude montre que certains de ces futurs enseignants n'ont pas une riche structure cognitive (une vue d'ensemble des aspects et notions impliqués ou susceptibles de l'être, ainsi que leur interrelation) de la notion de fonction. En effet, à la question « qu'est-ce qu'une fonction ? » (Hansson & Grevholm, 2003, p. 27), certaines réponses sont les suivantes: « Une fonction est une formule qui peut avoir divers éléments insérés », « Une fonction est une équation ou un graphique dans lequel il n'y a pas deux y pour tout x » ou encore « C'est l'équation algébrique d'une ligne dans un plan » (Hansson & Grevholm, 2003, p. 30). De plus, pour amener les futurs enseignants à exprimer tout ce que l'expression $y = x+5$ leur inspire, Hansson et Grevholm leur ont demandé de produire une carte conceptuelle. Les participants à cette étude associent très peu de significations à l'expression $y = x+5$. Aucune production ne décrit cette expression comme la relation entre deux variables, les participants la voyant plutôt comme une formule ou une équation. La conclusion qu'on peut tirer de ces réponses est qu'un grand nombre de ces futurs enseignants a tendance à assimiler les fonctions aux équations, formules ou règles. Lorsqu'il leur est demandé de fournir des exemples d'applications de certaines fonctions dans le monde réel, leurs réponses sont une fois de plus vagues. Très peu sont ceux qui mentionnent par exemple, la croissance de bactéries ou le calcul des intérêts composés, à titre d'exemples de fonctions exponentielles. Si un tel constat est fait concernant les futurs enseignants du secondaire dont la formation aboutit à une spécialisation disciplinaire, il n'est pas certain que la situation soit meilleure pour les futurs enseignants du primaire.

À propos des notions de variation et covariation enfin, la capacité des futurs maîtres du primaire à exprimer verbalement la généralisation des régularités de suites de nombres ou de patterns ne s'accompagne pas de la notation algébrique (Yeşildere İmre & Akkoç, 2012).

Malgré l'importance de faire acquérir aux élèves un mode de raisonnement figural, les futurs maîtres du primaire utilisent en prédominance le raisonnement numérique (Rivera & Becker, 2003, p. 63). Plus généralement, les futurs maîtres du primaire manquent souvent d'expérience et d'une compréhension adéquate pour engager leurs élèves dans le type de tâches qui semblent être promotrices dans l'acquisition des notions de variation et covariation tel que recommandé par la recherche (Makar & Canada, 2005).

Dans tout ce lot de difficultés, ce qui est plus inquiétant à nos yeux, est le manque de regard critique dont font preuve beaucoup de futurs enseignants, aussi bien de l'ordre primaire que secondaire devant leurs apprentissages et l'utilisation des manuels, en plus d'être nullement conscients des conséquences que leurs lacunes peuvent avoir chez leurs futurs élèves (Ball, 1990; Ball & Wilson, 1990). Ball et Wilson (1990) notent que certains enseignants du primaire ont des difficultés dans le choix des opérations appropriées pour résoudre certains problèmes mathématiques et dans leur étude, ils comparent les difficultés des enseignants aux erreurs que les élèves du primaire font. La description qu'ils font des erreurs des enseignants en résolution des tâches mathématiques, conclut à leur responsabilité dans les difficultés observées chez leurs élèves dans l'apprentissage des mathématiques. Ces auteurs rapportent qu'en général les enseignants du primaire ne possèdent pas un niveau suffisant de compréhension des mathématiques pour enseigner cette discipline. Les difficultés mathématiques des futurs maîtres en enseignement préscolaire-primaire sont connues depuis longtemps (Morin & Theis, 2006), mais sont de plus très souvent accompagnées d'une attitude négative face à cette matière, conséquence sans doute de leurs expériences antérieures.

1.2.2.1. Attitudes des étudiants en formation des maîtres avec les mathématiques

Concernant l'attitude des futurs maîtres envers les mathématiques, plusieurs attitudes ont été relevées chez des étudiants en début de formation (Lajoie& Barbeau, 2000). Certains « affirment n'avoir jamais aimé les mathématiques », d'autres « affirment les détester et tout faire pour les éviter » ou d'autres encore « disent en avoir peur » (p. 39). Toutes ces attitudes sont révélatrices d'une certaine anxiété qu'ils éprouvent envers les mathématiques que Lajoie et Barbeau (2000) qualifient de "mathophobie" (p. 39).

Analysant des échanges de groupes de travail d'étudiants maîtres, Lafortune et Pons (2004) ont rapporté des propos qui ne laissent aucun doute sur le goût amer des mathématiques et les faiblesses des futurs maîtres. Par exemple: « je n'ai jamais eu la bosse des maths », « j'ai commencé à détester les mathématiques à partir des fractions », « je vais lui redire la règle », « si c'est écrit dans le manuel, ça doit être vrai », « le raisonnement de cet élève est excellent [alors que c'est un raisonnement erroné] », « l'examen me stresse, car je n'ai jamais été bon en maths », « les maths ont toujours été ma bête noire » (pp. 149-154).

Ces représentations demeurent souvent stables et inchangées même après un programme de formation, et suivent donc les candidats dans leurs pratiques de classe et leurs enseignements (Lajoie & Barbeau, 2000; Lafortune & Pons, 2004). Aux difficultés conceptuelles et à la mauvaise attitude envers les mathématiques constatées chez les futurs maîtres, s'ajoute un autre problème qui complique parfois leur formation : il s'agit de leur vision de l'enseignement des mathématiques.

1.2.2.2 Vision des étudiants en formation des maîtres sur l'enseignement des mathématiques

La particularité des maîtres de l'ordre préscolaire-primaire d'enseigner plusieurs disciplines, plutôt qu'une seule, ne gêne pas du tout certains parmi les futurs maîtres. Si la formation au préscolaire-primaire devait aboutir à une spécialisation comme au secondaire, beaucoup de futurs maîtres n'opteraient pas pour l'enseignement des mathématiques (Mary & Squalli, 2006). Ces auteurs ont fait ressortir dans leur étude que l'intérêt pour certains futurs maîtres d'opter pour l'enseignement préscolaire-primaire n'est pas motivé par l'envie d'enseigner les mathématiques. Ils font par ailleurs remarquer un désintéressement manifeste chez certains étudiants en formation pour les cours de didactique de mathématiques. Le fait, pour certains futurs maîtres du primaire, de ne pas se sentir à l'aise dans leur apprentissage des mathématiques entraîne finalement une vision particulière de l'enseignement des mathématiques. L'idée par exemple qu'à l'école primaire, les mathématiques sont un ensemble de règles ou encore un ensemble de techniques de calcul est largement répandue chez les futurs maîtres (Lafortune & Pons, 2004).

C'est une vision algorithmique et procédurale de l'apprentissage des mathématiques que certains futurs maîtres du primaire développent, car pour ceux-là, "faire des mathématiques" signifie mémoriser des procédures, les appliquer et trouver les réponses. Il y a lieu de se préoccuper devant cette vision aussi réductrice de l'enseignement des mathématiques, d'autant plus que les croyances observées chez ces étudiants maîtres, liées à l'activité mathématique, sont transférées presque de façon intégrale dans leur pratique d'enseignement (Evangelidou *et al*, 2004; Mary & Squalli, 2006). Des pratiques qui restent, en conséquence, à un niveau superficiel, consistant à demander simplement aux élèves d'apprendre et d'appliquer les règles sans que des activités de raisonnement ou de compréhension des notions ne leur soient proposées.

1.2.3 Synthèse sur la formation des enseignants

Notre intérêt pour la formation des enseignants nous a d'abord amené à voir certains modèles existant sur les connaissances que les enseignants devraient avoir pour enseigner (Ball *et al*,.2008; Shulman,1986). Puis, nous avons souligné les lacunes et faiblesses mises en évidence dans la formation des enseignants par la recherche, lacunes et faiblesses qui se manifestent par une maîtrise inadéquate des contenus mathématiques, accompagnée d'une attitude négative vis-à-vis des mathématiques et d'une vision réductrice de l'enseignement de cette discipline. Les expérimentations menées dans le cadre de ces recherches montrent à quel point ces lacunes peuvent conduire à des pratiques enseignantes qui privilégient la mémorisation des algorithmes et des règles de calcul, au détriment de la construction des notions et du sens à leur donner. Or, l'une des préoccupations soulevées par cette recherche est justement la faible compréhension de la notion de fonction dont témoignent les élèves dans l'apprentissage des fonctions.

Pour permettre aux élèves de développer une compréhension plus robuste et flexible de la notion de fonction, l'utilisation au niveau de l'école primaire, d'un langage avec les mots comme "changement", "changer", "varier" dans l'étude des régularités, telles que les suites de nombre et des patterns, constituera un premier fondement de la conceptualisation de la notion de fonction. Il est tout aussi important que l'accent soit mis, dans l'étude de ces régularités, sur la signification à donner à la variable présente dans l'expression représentant la fonction en présence. Cette variable doit d'abord être vue comme une quantité ou grandeur qui change et non pas avant tout et seulement comme une lettre qui représente un ensemble d'éléments (Thompson & Carlson, à paraître).

1.4. Conclusion du chapitre

La consultation des résultats de recherche, s'agissant de la notion de fonction, nous a fait réaliser que les élèves rencontrent des difficultés dans l'apprentissage de cette notion et que beaucoup d'entre eux arrivent à l'université avec une faible compréhension des fonctions. Nous avons souligné au passage que le scénario actuel d'enseignement des fonctions privilégie l'approche correspondance en ignorant l'approche variation et covariation, il en résulte une conceptualisation incomplète de la notion de fonction. On peut donc dès lors inférer que les difficultés relevées par les chercheurs sont dues, entre autres, à cette acquisition incomplète des aspects mathématiques liées aux fonctions. La piste de solution proposée est le développement des notions de variation et covariation comme le recommande la recherche en encourageant fortement les activités en lien avec les notions de variation et covariation dès l'école primaire, pour préparer les élèves à mieux affronter l'étude des fonctions au niveau secondaire. Nous avons aussi vu qu'il fallait pour soutenir cette recommandation et la faire aboutir, que les futurs enseignants qui seront chargés de guider les élèves dans leurs apprentissages, soient eux-mêmes préparés à un tel enjeu. S'agissant maintenant de la formation des enseignants, nous avons vu des approches théoriques qui ont défini des connaissances que devrait avoir tout enseignant pour un enseignement plus efficace. Mais aussi que ces connaissances ont permis d'identifier des lacunes et des faiblesses dans la formation des enseignants du primaire. La faible et inadéquate maîtrise des contenus mathématiques, notamment des fonctions et des difficultés avec les notions de variation et covariation est au centre de ces lacunes et faiblesses.

En scrutant plus en profondeur, ces lacunes des futurs maîtres avec la maîtrise des contenus mathématiques, et principalement avec les notions de fonction, variation et covariation, on arrive très vite au constat d'un faible, voire d'un manque potentiel des connaissances pour l'enseignement des mathématiques. Les futurs maîtres du primaire seront appelés à proposer des tâches authentiques, basées sur l'investigation et destinées à développer le raisonnement des élèves avec les notions de variation et covariation. Nous avons vu que de nombreux élèves éprouvent encore des difficultés à construire une idée initiale de la notion de fonction à partir des régularités (Warren, 2005). Nous avons aussi vu que les futurs maîtres manquent souvent d'une compréhension adéquate pour engager leurs élèves dans le type de tâches qui semblent favoriser l'acquisition des notions de variation et covariation tel que recommandé par la recherche (Makar & Canada, 2005). Il devient donc intéressant d'investiguer sur ce que les futurs maîtres du primaire eux-mêmes savent, savent faire ou retiennent de leur formation initiale relativement avec les objets variation et covariation.

1.4.1 Pertinence de la recherche

Les deux axes de notre problème de recherche, les difficultés des élèves avec la notion de fonction et les lacunes constatées dans la formation des enseignants, sont des questions particulièrement vives dans la recherche en didactique des mathématiques. Notre contribution sur le plan scientifique consiste en saisir ces questions à partir du regard institutionnel, alors qu'elles sont habituellement analysées dans une perspective psychologique ou cognitive (Ball, 1990; Ball & Wilson, 1990; Evangelidou *et al*., 2004; Hansson & Grevholm, 2003; Lafortune & Pons, 2004; Lajoie & Barbeau, 2000; Morin, 2008). Par ce nouveau regard, nous examinons notamment si les notions de variation et covariation sont des objets culturels de l'institution où les futurs enseignants se forment (programme de formation) d'une part et questionnons le produit de la formation des maîtres en tant que sujets apprenants relativement à ces notions d'autre part. On fustige trop souvent les pratiques enseignantes, sans se poser d'abord les questions suivantes: « que propose le programme de formation initiale aux futurs enseignants du primaire et qu'est-ce que ces derniers retiennent de leur formation? Jusqu'à quel point les lacunes constatées sont traitées dans la formation pour les réduire?». Ces questions sont d'autant plus importantes que ce que les enseignants savent ou ne savent pas est en grande partie en rapport avec ce que le programme de formation leur offre, autrement dit est la conséquence des choix institutionnels. Par ailleurs, il existe très peu de travaux ciblant la manière dont les enseignants, encore moins les futurs enseignants, abordent et raisonnent avec les notions de variation (Makar & Canada, 2005) et covariation et même plus largement avec le pré-algèbre. Par conséquent, l'autre contribution à mettre au crédit de cette recherche est qu'elle pourra faire ressortir les difficultés qui peuvent se poser aux futurs maîtres avec le pré-algèbre et spécifiquement avec ces notions de variation et covariation.

Sur le plan social et professionnel, l'activité professionnelle des enseignants et en particulier leurs pratiques d'enseignement, dépend en grande partie du large éventail de ressources que ces derniers utilisent pour préparer leurs cours. La définition du mot *ressource*, selon l'approche documentaire (Gueudet & Trouche, 2008), est prise dans son sens le plus large et est présentée comme *tout ce qui peut intervenir dans l'activité de l'enseignant* (p. 24). Ainsi donc, une ressource englobe aussi bien les manuels scolaires, les programmes scolaires ou un logiciel que les copies d'élève, les interactions dans la classe et même le conseil d'un collègue. Pour leurs pratiques d'enseignement, les enseignants peuvent sélectionner, combiner, ou encore concevoir leurs propres ressources. Ils peuvent utiliser ces ressources en classe, les modifier (sur place ou par la suite), ou les partager. Par ce travail de documentation, les enseignants développent, par conséquent un système de documentation structuré, qui leur est propre et qui comprend l'ensemble des documents développés. À partir du moment où ce processus de documentation se déroule au sein d'une institution (avec ses contraintes et ses recommandations) et que l'approche documentaire prend en compte les assujettissements institutionnels (Gueudet & Trouche, 2008, p. 29), les connaissances que les enseignants développent en interagissant avec les objets mathématiques peuvent être aussi vues comme un élément de leurs systèmes de documentation. La contribution de cette recherche est donc de voir comment se construisent ces connaissances au niveau individuel chez les enseignants en examinant ce qu'ils retiennent de l'offre du programme de formation relativement aux objets « variation » et « covariation ». Cela pourrait permettre de faire des conjectures sur leurs futures pratiques d'enseignement qui reflètent généralement leur formation.

1.4.2 Objectif général de la recherche

Les connaissances des enseignants du primaire des objets variation et covariation sont donc, de notre point de vue, primordiales dans la mise en œuvre de la recommandation de la recherche pour préparer les élèves à mieux aborder l'apprentissage des fonctions au secondaire. Dans les deux axes de notre problème de recherche, à savoir la faible compréhension des élèves des fonctions due aux difficultés qu'ils éprouvent dans l'apprentissage de cette notion et les lacunes et faiblesses identifiées dans la formation des enseignants, il ressort deux problèmes. Il s'agit de la difficulté pour les élèves à décrire une relation fonctionnelle à partir des régularités et celle des futurs enseignants du primaire à engager les élèves dans les tâches qui semblent favoriser l'acquisition des notions de variation et covariation. C'est donc en prenant en compte c'est deux problèmes que nous nous proposons d'examiner les "connaissances" des futurs enseignants du primaire avec les objets « variation » et « covariation ». Cependant, nous n'adoptons pas une approche de type psychologique, mais suivons plutôt une approche institutionnelle pour mieux comprendre les liens entre ce qui est offert par la formation initiale et ce que savent les enseignants.

Notre objectif général de recherche est plus précisément d'examiner comment le programme de formation initiale des enseignants du primaire leur permet de saisir l'enjeu des objets « variation » et « covariation » comme prélude à la notion de fonction ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques. Nous entendons par "connaissances" ici, la combinaison à la fois des connaissances disciplinaires de ces notions, des connaissances curriculaires et didactiques pour les enseigner et les conceptions que se font les enseignants de ces notions. Des étudiants qui suivent un programme de formation, à l'enseignement des mathématiques dans une institution de formation donnée, peuvent développer des connaissances avec les notions mathématiques qui y sont enseignées, selon la vision que l'institution en question tend à leur imposer. Pour décrire les connaissances d'un étudiant et même vérifier si ces connaissances sont conformes au point de vue imposé par l'institution qui le forme, on peut se servir de la notion de *rapport au savoir*. La théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard (1999) est une des théories qui utilise cette notion de *rapport au savoir* et fournit des outils conceptuels qui essaient d'expliquer l'assujettissement d'une personne à une institution. Le mot institution, qui est le socle sur lequel repose la perspective de la notion de *rapport au savoir* chez Chevallard, a une caractéristique importante, celle des contraintes auxquelles sont soumises les personnes qui acceptent d'être formées au sein d'une institution donnée. Nous reviendrons sur l'objectif général dans la section 2.6 du chapitre suivant dans lequel nous utiliserons, à la place du mot "connaissances", les outils conceptuels de la TAD.

Chapitre 2 : Cadre théorique

Ce chapitre a pour objectif de définir les outils conceptuels qui vont nous permettre d'opérationnaliser notre objectif général. Il est nécessaire de préciser que même si notre cadre théorique de référence est la théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard, certains outils conceptuels comme le *rapport personnel* et le *rapport institutionnel*, que cette théorie développe sont une perspective parmi d'autres de la notion, plus générale, *du rapport au savoir*. Ainsi, nous présenterons tout d'abord différentes approches théoriques en éducation qui utilisent la notion *de rapport au savoir* dans le but de cerner leurs différences et de justifier notre choix pour la TAD. Nous présenterons aussi l'intérêt d'étudier le *rapport au savoir* des enseignants du primaire en formation initiale dans le cadre de la TAD. Puis, nous présenterons les fondements théoriques de la TAD. C'est à ce moment que les outils conceptuels de la TAD seront définis. Nous terminerons enfin par la présentation de nos objectifs spécifiques de recherche.

2.1 Différentes approches du rapport au savoir dans l'enseignement des mathématiques

Dans une situation d'apprentissage, une relation ou un rapport s'établit généralement entre l'apprenant et l'objet de savoir qui est appris. La notion de *rapport au savoir* nous semble alors pertinente pour examiner comment les futurs enseignants du primaire développent des connaissances avec les notions de variation et covariation pendant leur formation initiale. On doit l'apparition de la notion de *rapport au savoir*, pris au singulier, à Lacan dans les années 60, qui en s'interrogeant sur l'auto-engagement de l'individu, cherchait à éclairer les motivations qui le pousse à agir (Kalali & Venturini, 2007). La notion s'est alors répandue dans les années 70, d'abord en psychanalyse, puis a fait son introduction dans le champ de l'éducation, plus précisément en sociologie d'abord puis ultérieurement en didactique anthropologique. Dans le domaine de l'éducation, l'essentiel des travaux réalisés en référence à cette notion de rapport au savoir, traite des problématiques liées à l'apprentissage. Les éléments de différenciation entre les différentes théories qui utilisent la notion de rapport au savoir seront: le sens assigné à cette notion, la nature du sujet, l'enjeu lié aux savoirs et à leur acquisition.

2.1.1 L'approche psychanalytique

En psychanalyse, la notion de rapport au savoir permet d'explorer et de comprendre les désirs sous-jacents à tout discours relatif au savoir. Beillerot propose la définition suivante:

> « *Processus par lequel un sujet, à partir de savoirs acquis, produit de nouveaux savoirs singuliers lui permettant de penser, de transformer et de sentir le monde naturel et social* » (Beillerot, 2000, p. 51).

L'approche psychanalytique s'intéresse prioritairement à la structuration individuelle du rapport au savoir suivant une démarche clinique, en ce sens qu'elle permet de dévoiler les pulsions et les désirs inconscients individuels par l'exploration de l'inconscient. On pourrait comprendre plus simplement ce qui précède, en posant la question suivante: qu'est-ce qui fait donc sens pour un sujet dans ses engagements et ses investissements à vouloir savoir quelque chose? Il est possible, par exemple, de mettre en évidence les différentes facettes du désir de savoir et du désir d'apprendre un objet inconnu jusque-là en effectuant des entretiens en profondeur avec un sujet. En adoptant cette posture clinique, l'approche psychanalytique « *privilégie la singularité et où l'individu est considéré en situation* » (Blanchard-Laville, 1999, p. 11) de désir du savoir.

Avec l'approche psychanalytique, le rapport au savoir est lié au désir de savoir. Le savoir y est considéré comme un objet de désir parmi d'autres objets, avec la caractéristique d'être distinct du sujet et extérieur à lui. Dès lors, l'apprentissage et l'acquisition du savoir par le sujet sont une façon de « *recréer le savoir en lui* » pour en faire un objet interne (Mosconi, 1996, p. 99).La section suivante est consacrée à l'approche sociologique dont le point commun avec l'approche psychanalytique est de faire du *sujet* l'objet central de leurs questionnements, l'approche sociologique s'en distinguant tout de même, en considérant ce *sujet*, d'un point de vue social.

2.1.2 L'approche sociologique

Charlot (1997) définit cette notion du rapport au savoir comme:

> « *[...] l'ensemble des relations qu'un sujet entretient avec un objet, un contenu de pensée, une activité, une relation interpersonnelle, un lieu, une personne, une situation, une occasion, une obligation, etc., liés en quelque façon à l'apprendre et au savoir* » (p. 48).

La sociologie se saisit de cette notion de rapport au savoir pour étudier le sujet qui est confronté à la nécessité d'apprendre au cours des différentes étapes de sa vie (Maury & Caillot, 2003). Face à des apprentissages scolaires et à toutes les contraintes écologiques qui peuvent entraver ces apprentissages, la perspective sociologique cherche à comprendre les dispositions du sujet dans son rapport au savoir tout en tenant compte de son identité et son histoire. Par exemple, l'échec scolaire s'envisage comme une suite d'événements s'inscrivant dans l'histoire personnelle et scolaire de l'apprenant. Le rapport au savoir correspond plus largement en fait, au *rapport au désir d'apprendre* (Charlot, 1997, p. 95), c'est-à-dire au processus d'appropriation du monde et de construction de soi et qui se fait en interaction avec les autres. Trois dimensions distinctes, mais inter reliées du rapport au savoir sont donc dans l'approche sociologique, à savoir: dimension épistémique (rapport au monde et à l'apprentissage), dimension identitaire (rapport à soi) et dimension sociale (rapport aux autres).

D'après Charlot (1997, p. 74), le savoir: « *[...] n'a de sens et de valeur qu'en référence aux rapports qu'il suppose et qu'il produit avec le monde, avec soi-même et avec les autres* ». Contrairement à l'approche psychanalytique où le savoir est transformé, il est plutôt produit ou construit dans l'approche sociologique.

Une autre approche en éducation qui utilise la notion de *rapport au savoir* et qui se distingue très nettement des deux premières, est l'approche anthropologique développée par Chevallard (1999). Les lignes qui suivent sont donc consacrées à l'approche anthropologique du didactique.

2.1.3 L'approche anthropologique du didactique de Chevallard

Dans la TAD, les rapports à un objet de savoir sont de deux sortes, un rapport institutionnel et un rapport personnel, ce dernier représentant la connaissance qu'a une personne de l'objet en question. Pour Chevallard, la culture d'une société donnée reconnait l'existence de savoirs, qui sont pour les institutions dans lesquelles les savoirs prennent place, des objets culturels. C'est le sens des propos ci-après.

> «*Tout savoir est ainsi attaché à une institution I au moins dans laquelle, il est mis en jeu par rapport à un domaine de réalité. Le point essentiel est alors qu'un savoir n'existe pas in vacuo, dans un vide social: tout savoir apparaît, à un moment donné, dans une société donnée, comme ancré dans une ou des institutions* » (Chevallard, 1989a, p. 215).

Par conséquent, un individu *x* n'entre en rapport avec un savoir que s'il entre en relation avec une ou des institutions. L'émergence du rapport personnel d'un individu *x* à un savoir suppose l'établissement de relations institutionnelles entre cet individu *x* et les institutions d'accueil au sein desquelles il existe un système de positions *p* que viennent occuper les individus *x*.

S'approprier un objet de savoir, pour un sujet, consisterait à rendre conforme son rapport personnel au rapport institutionnel en lien avec un objet de savoir spécifique tel que les objets de fonction, de « variation » et « covariation ». Il est important de noter qu'il y a, dans le rapport personnel des individus *x* en position *p* au sein de *I*, une composante institutionnelle. Si on s'en tient à ce que dit Chevallard lui-même, dans la composante institutionnelle du rapport personnel « *s'inscrit ce que l'on fait avec o quand on est dans la position p au sein de l'institution I* » (1989a, p. 213).

Bien que relativement jeune, la didactique en tant que discipline ayant son champ d'action dans le système scolaire offre aussi une approche du *rapport au savoir*. Nous allons voir dans la section suivante quel usage les didactiques des disciplines font de la notion du *rapport au savoir*.

2.1.4 L’approche didactique

En didactique, une façon d’appréhender le rapport au savoir d’un sujet apprenant serait de partir du triangle didactique dont les pôles sont le savoir, l’élève et l’enseignant, les côtés du triangle représentant plutôt les relations entre ces différents pôles (Chevallard, 1991). Selon Reuter (2013, p. 185):

> « *Le concept de rapport à, en didactique, désigne la relation (cognitive mais aussi socio-psycho-affective) qu’entretient l’apprenant aux contenus et qui conditionnent en partie l’apprentissage de ces derniers* ».

Cette définition que les didactiques des disciplines donnent à la notion de rapport au savoir se réfère à la relation qu’entretient un sujet avec un objet de savoir en particulier. Il ne s’agit pas ici d’un savoir qui renvoie à l’idée plus vaste d’apprendre comme dans l’approche sociologique, mais bien de « savoirs » proprement dits, homologués appartenant à des disciplines spécifiques comme les mathématiques par exemple.

Du rapport au savoir, on passe alors aux rapports aux savoirs, c’est-à-dire à la forme plurielle, pour souligner la relation d’un sujet avec un ou des savoirs (par exemple, le savoir scientifique, le savoir scolaire ou des objets de savoirs plus précis). Le savoir n’est plus envisagé comme un tout, dans sa globalité, mais c’est davantage la spécificité des savoirs en présence qui est prise en compte, ainsi que les rapports que le sujet entretient à leur égard.

La relation entre l’élève et le savoir est celle du rapport au savoir de l’élève. C’est ce rapport au savoir de l’élève qui est au centre du processus didactique, dans le sens où la didactique étudie les stratégies cognitives mises en œuvre par l’élève pour traiter et s’approprier le savoir. La figure ci-dessous donne une idée de la relation entre la relation entre l’élève et le savoir dans le triangle didactique.

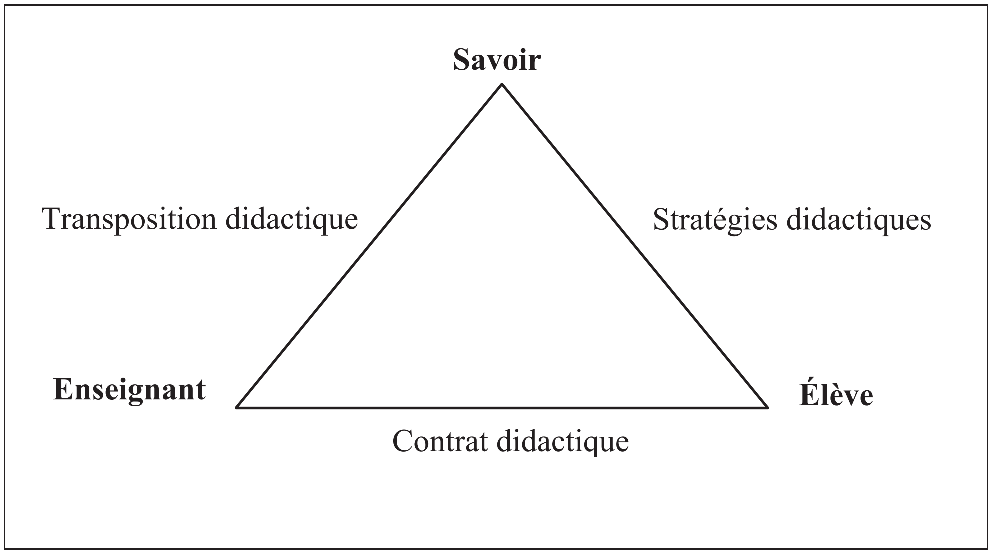


Figure 7: Le triangle didactique et le rapport au savoir (Chevallard, 1991, p. 23).

L'élève doit donc se donner des stratégies pour acquérir le savoir car un rapport aux savoirs qui ne correspond pas au rapport que l'école envisage peut rendre difficile l'accès aux savoirs qui sont enseignés. Les élèves, tout comme les enseignants eux-mêmes sont, souvent dans ces conditions, conduits parfois à commettre des erreurs (Ball, 1988a, 1988b; Joshua & Dupin, 1993; Morin, 2008). Ainsi, l'un des objectifs essentiels de toute didactique est de faire en sorte que les élèves développent un rapport harmonieux au savoir (Thouin, 2014, p. 46). La notion de rapport au savoir se trouve donc convoquée en didactique, car elle apporte un double regard centré, d'une part, sur le sujet, ici le futur maître saisi comme sujet apprenant singulier, et d'autre part, centré sur le savoir. Mais la notion de rapport au savoir s'offre aussi aux chercheurs en didactique comme un outil conceptuel qui aide à comprendre la relation entre le sujet en situation d'enseignement/apprentissage et son environnement institutionnel et professionnel.

C'est dans cet esprit que certains didacticiens, comme Chevallard, utilisent la notion de rapport au savoir par référence à l'anthropologie dans laquelle les institutions sociales sont aux prises, dans leurs activités, avec les choix à poser au regard des situations et approches à privilégier dans le contexte de l'enseignement des mathématiques ou de la formation initiale des futurs maîtres du primaire. Ces choix sont, entre autres, tributaires du rapport que l'institution entretient a priori avec les savoirs mis en jeu dans la formation et orientent donc la prise en charge du savoir par les futurs enseignants. Le tableau ci-dessous propose une synthèse de la façon dont les perspectives psychanalytique, sociologique, anthropologique et didactique envisagent le concept de *rapport au savoir*.

	Approches			
	Psychanalytique	Sociologique	Anthropologique	Didactique
Principaux Représentants	Beillerot, Mosconi	Charlot, Bauthier, Rochex et Jellab	Chevallard	Caillot et Maury, Venturini, Thietraut
Objet	Désir de savoir	Rapport au désir d'apprendre	Objets de Savoir identifiés	Objets de Savoir identifiés
Dimension	Identitaire	Identitaire Épistémique	Sociale Épistémique	Épistémique Identitaire

Tableau 1: Synthèse des approches théoriques sur la notion de rapport au savoir.

Nous avons brièvement expliqué dans la section 1.2.1 l'intérêt d'étudier les connaissances des enseignants. Nous voulons maintenant expliciter dans ce qui suit cet intérêt dans le cadre précis des enseignants en formation initiale et sous l'angle du rapport au savoir tel que préconisé par la TAD, tout en justifiant notre préférence pour cette approche.

2.1.5 L'intérêt d'étudier le rapport au(x) savoir(s) des enseignants en formation initiale

Nous venons de constater que dans toutes ces approches la mobilisation du sujet est centrale mais que l'enjeu pour le savoir et son acquisition n'est pas le même. En effet, dans la TAD et plus généralement en didactique, il est question d'objets de savoirs précis, c'est-à-dire des contenus d'une discipline donnée, ce qui rejoint l'intérêt de cette étude puisque les objets de savoir ciblés sont les notions mathématiques de« variation » et « covariation ».

De plus, puisque nous situons cette recherche dans une approche institutionnelle, l'autre intérêt d'étudier le rapport au savoir est le rôle que l'institution (une institution scolaire par exemple) attribue au savoir. Brousseau et Centeno ressortent parfaitement bien ce rôle institutionnel du savoir, en plus de ce qu'il est:

> « *Le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissance ou de savoir, et la production de nouveaux savoirs* » (Brousseau & Centeno, 1991, p. 176).

Le savoir est donc produit par une institution et y est mis en jeu selon une certaine orientation que Chevallard appelle intention institutionnelle ou domaine de réalité (1991, p. 213). Ce n'est donc pas le sujet lui-même qui décide du sens à donner au savoir ou à son apprentissage, mais doit au contraire se conformer autant que faire se peut aux choix et aux intentions institutionnelles. Plus globalement, les savoirs sont avant tout le produit des travaux des chercheurs d'un champ disciplinaire donné, et se présentent généralement sous la forme d'un ensemble de concepts, de lois, ou même de théories. Pour que ces savoirs soient retenus pour faire partie d'un programme d'enseignement, leurs définitions et leurs formulations doivent faire l'objet d'un consensus, par le jeu de la transposition didactique, parmi la communauté des chercheurs, praticiens et décideurs de la discipline. Mais les savoirs ont trop souvent tendance à être employés indifféremment du mot connaissances, alors qu'en didactique ces deux mots ont des sens différents.

Une autre différence remarquable de la TAD avec les autres approches, est que les rapports institutionnels constituent le système de conditions et de contraintes sous lesquelles se forme le rapport personnel. C'est précisément là que se situe tout l'intérêt de cette étude, puisque nous sommes intéressé à voir comment se construit le rapport personnel des enseignants du primaire comme conséquence des choix institutionnels pour leur formation initiale. Pendant leur formation initiale, les futurs enseignants sont en situation d'apprentissage et donc confrontés à des contenus d'enseignement qu'ils doivent maîtriser. Ils sont, par cette confrontation, amenés à donner du sens aux contenus, à leur accorder de la valeur et à discerner leur pertinence dans la discipline du point de vue du rôle que chacun de ces contenus doit jouer dans la construction des connaissances. Cette confrontation révèle, en partie, le rapport au savoir que les futurs enseignants se construisent avec les contenus mathématiques. Ainsi, l'apprentissage des contenus d'enseignement est indissociable du *rapport à* ces contenus auxquels sont confrontés tous les apprenants (Reuter, 2013, p. 185).

2.2 Intérêt de la prise en compte de la théorie Anthropologique du Didactique

Comme indiqué dans la section 1.4.2 l'objectif général de cette recherche est d'examiner comment le programme de formation initiale des enseignants du primaire leur permet de saisir l'enjeu des objets « variation » et « covariation » comme prélude à la notion de fonction ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques. Nous utiliserons alors un cadre théorique qui développe un modèle d'organisation, par une institution, de l'enseignement des notions mathématiques: la théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard (1999, 2003a).

La TAD présente un ensemble d'outils conceptuels et théoriques de base, pouvant nous permettre d'opérationnaliser notre objectif général et d'expliciter les notions clés de notre recherche, en examinant comment une institution organise l'enseignement des objets mathématiques ainsi que les conséquences qui en résultent sur l'apprentissage. La sélection des objets mathématiques, faite par une institution pour organiser l'enseignement des mathématiques, est un élément indicateur, non seulement des connaissances de l'institution à l'endroit de ces objets mathématiques, mais certainement aussi de celles des sujets de l'institution, selon les positions qu'ils viennent y occuper.

La TAD est donc, en fait, un moyen qui permet de comprendre les choix institutionnels pour organiser l'enseignement des notions mathématiques, compréhension qui passe par l'identification et l'analyse des pratiques qui mettent en jeu les objets de savoir (les notions mathématiques) au sein de l'institution. Nous utiliserons en particulier certaines notions clés de la TAD, notamment les notions d'institution I, d'objet de savoir o, d'individu x, de rapport personnel et de rapport institutionnel pour opérationnaliser notre objectif général de recherche. Après avoir rappelé comment la notion, plus globale, de rapport au savoir est envisagée par différentes approches en éducation, dans ce qui suit, nous présenterons les fondements théoriques de la TAD relativement au modèle d'organisation institutionnelle des notions mathématiques, les définitions des notions clés pour notre recherche et nos objectifs spécifiques de recherche.

2.3 Comprendre l'organisation institutionnelle des notions mathématiques selon la TAD

Chevallard (1999) propose de parler de *praxéologie* en référence à toute activité humaine et en particulier l'activité de l'enseignement des mathématiques. Ainsi, il est possible de décrire l'organisation de l'enseignement des mathématiques, selon Chevallard (1999), à travers une organisation praxéologique [$T/\tau/\theta/\Theta$]. Cette organisation est constituée de types de tâches T à réaliser, de techniques τ permettant d'accomplir les types de tâches, de technologies θ permettant de justifier, d'expliquer et de produire les techniques et de théories Θ expliquant et produisant les technologies. Par ce modèle, la TAD fournit un outil pour l'analyse des pratiques institutionnelles telles que l'enseignement, ou pour ce qui concerne cette recherche, la formation initiale des enseignants aux notions mathématiques.

En effet, dans la TAD, l'enseignement, comme toute action humaine, est considéré comme dérivant d'une praxéologie. Dans cette organisation institutionnelle des notions mathématiques, la notion de tâche revêt une importance particulière, puisqu'elle est à la base de la notion de praxéologie (Chevallard, 1999) en permettant de comprendre comment les contenus d'enseignement sont mis en scène dans les programmes de formation et dans les manuels.

Une des premières tâches devant être accomplie par une institution d'enseignement, par exemple, telle que l'école est de *sélectionner* les notions à faire apprendre aux élèves ou étudiants qui y sont inscrits. La tâche de sélection des notions mathématiques fait donc clairement référence aux choix institutionnels en ce qu'elle renvoie plus ou moins à la face visible de la transposition didactique (Reuter, 2013). Cela veut dire que, pour devenir des objets d'enseignement, les notions mathématiques sont décontextualisées de leur sphère de production puis recontextualisées dans la sphère scolaire par les concepteurs des programmes qui opèrent ces choix institutionnels.

2.4 Explicitation et opérationnalisation des notions clés de la TAD pour notre recherche

L'un des principes de la TAD, c'est « *que tout est objet* » (Chevallard, 2003a, p. 81). Ainsi, aussi bien les élèves, les enseignants, la classe, l'école sont des objets comme le sont la notion d'apprentissage ou les notions de variation, covariation et de fonction. Il y a tout de même des objets qui ont un statut particulier aux yeux de Chevallard, à savoir: *institution I*, *objet* de savoir *o*, *individu x* suivant les différentes positions *p* disponibles au sein des institutions. Étant donné que ces notions sont fondamentales pour notre recherche, en plus de celles de rapport personnel et rapport institutionnel, nous devons les expliciter en donnant ici une brève définition telle qu'exposée par Chevallard lui-même, mais sur lesquelles nous reviendrons plus en profondeur par la suite.

2.4.1 La notion d'institution *I*

Le mot *institution* doit être compris en un sens non bureaucratique selon Chevallard qui la présente comme : « […] *une entité sociale, qui permet - et impose - à ses sujets la mise en jeu des manières de penser et de faire propres à elle* » (2003a, p. 82). Par exemple, une école, une classe, un « cours », un programme de formation, l'enseignement des mathématiques au primaire, une famille, … sont des institutions dans lesquelles les individus peuvent occuper certaines positions. Ainsi, les positions qu'il est possible d'occuper dans une classe, par exemple, sont celles d'élève et de professeur. Une institution vit par ses acteurs, c'est-à-dire les personnes qui lui sont soumises et qui la servent consciemment ou inconsciemment (Chevallard, 2005).

La construction et la diffusion des organisations praxéologiques ou organisations mathématiques (connaissances, savoirs et pratiques) est au cœur de l'activité d'une institution. Construire les organisations praxéologiques, c'est entre autres, le rôle des institutions en organisant les connaissances, les savoirs et les pratiques dans un corpus cohérent à des fins d'enseignement ou de formation. Pour guider leurs décisions dans la façon d'organiser la diffusion des organisations praxéologiques construites, les institutions, peuvent se poser des questions. Les questions telles que: « Que décide-t-on de transmettre ou néglige-t-on? » ou

« Comment faire telle chose ? » ou encore « Pourquoi sait-on faire telle chose et pas telle autre chose? » sont des enjeux institutionnels. Et c'est par le truchement des institutions que les organisations praxéologiques parviennent aux personnes qui en sont les acteurs.

Les institutions sont, par ailleurs, porteuses généralement de valeurs, pour lesquelles la diffusion et surtout l'acquisition auprès des personnes qui y sont enrôlées est souvent un enjeu et un objectif capital. C'est assurément le sens que dévoile cette définition (citée plus haut) de Chevallard de la notion d'institution pour laquelle les objets de savoir sont les vecteurs.

Maintenant que nous savons à quoi renvoie la notion d'institution, il nous faut voir ensuite la notion d'objet de savoir au sens de Chevallard.

2.4.2 La notion d'objet de savoir *o*

Il faut partir de la notion de savoir pour saisir celle d'objet de savoir. Les savoirs sont des objets culturels d'une institution reconnaissables par un système de pratiques sociales (Chevallard, 1989a). Dans le cas où, par exemple, le savoir correspond aux mathématiques et l'institution à un système d'enseignement des mathématiques, la pratique sociale de l'institution est alors: les mathématiques, c'est quelque chose qu'il faut enseigner. Les objets de savoir naissent par conséquent « *du découpage institutionnel des savoirs selon un processus qui aboutit à la définition, à un moment donné, d'un système d'objets o* » (Chevallard, 1989a, p. 213), articulés en un programme d'enseignement, attaché à l'institution *I*. Par exemple, le choix de la notion de fonction pour faire partie du programme de formation donne à cette notion le statut d'objet de savoir. Les objets de savoir n'existent donc pas en eux-mêmes, mais sont des produits institutionnels qui émergent des systèmes de pratiques qui les caractérisent dans les institutions. Par ces pratiques sociales, les individus *x* occupant des positions *p* au sein de l'institution *I* sont appelés à réaliser avec ces objets culturels une performance sociale déterminée suivant une certain intention institutionnelle.

Dans la TAD, une des notions fondamentales est la notion d'*objet*, plus globale et qui recouvre celle d'objet de savoir. Alors qu'avec la notion d'objet de savoir on se réfère à un savoir spécifique donné tel que les mathématiques, avec la notion d'objet il y a la possibilité d'évoquer des savoirs dans d'autres domaines de savoir. Est donc considéré comme objet pour Chevallard:

> « […] *toute entité, toute œuvre, matérielle ou immatérielle, qui, existe pour au moins un individu. […] c'est à dire tout produit intentionnel de l'activité humaine* » (Chevallard, 2003a, p. 81).

Comme tel, tout est donc objet. Par exemple, la notion de persévérance, l'idée de courage, le chiffre 7, y compris les personnes comme la notion de père ou de jeune homme. Cette clarification entre les notions d'objet de savoir et d'objet était utile car elle permet au lecteur de comprendre que pour une institution d'enseignement donnée, par exemple les fonctions sont des objets de savoir et que l'œuvre d'organiser l'enseignement de ces *objets de savoir* devient un *objet*. En l'espèce, les objets de savoir étudiés dans cette recherche sont les objets « variation » et « covariation » en raison de leur lien étroit avec la notion de fonction comme nous l'avons vu précédemment dans le premier chapitre. Étant donné que ce sont les individus qui font vivre les institutions, notamment par les performances qu'ils sont appelés à réaliser avec les objets de savoir, le sens que Chevallard attribue à la notion de *sujet x* est tout aussi essentiel dans l'articulation des notions clés retenues pour cette recherche.

2.4.3 La notion de sujet *x*

Un individu, pris dans une institution, relativement à la position qu'il vient *y* occuper, devient ainsi un sujet de l'institution. Chacun des sujets de l'institution est donc assujetti à sa culture, son habitus, de façon plus générale aux choix institutionnels. Comme les choix institutionnels se font sur la base des "connaissances" que l'institution a de ces objets de savoir et qu'en plus ces objets deviennent des vecteurs pour véhiculer ses valeurs, les connaissances d'un sujet de I avec les objets de savoir o sont dans une certaine mesure tributaires des connaissances de I aux mêmes objets. Plus précisément, c'est aux connaissances institutionnelles, qu'un sujet x de I en position p s'assujettit. Le fait majeur de cet assujettissement est le remodelage des connaissances personnelles que les sujets de I avaient avec un objet de savoir o avant d'entrer dans I, si tant est que cet objet de savoir o existe pour les sujets de I en une certaine position p. De ce fait, les connaissances d'un sujet x à un objet de savoir o, tendront alors à ressembler aux connaissances de l'institution I, à moins que le sujet *x* se révèle être, à cet égard, un mauvais sujet de l'institution *I*. C'est donc par le fait de ses assujettissements à une multitude d'institutions, que l'individu *x* se constitue en une *personne*. On comprend alors que les connaissances d'une *personne* avec un objet de savoir *o* ne sont autre chose que l'ensemble formé par l'individu *x* et de son "savoir", "savoir-faire" et "attitude" envers les différents objets *o,* ces connaissances s'étant forgées au fil de ses assujettissements à différentes institutions. Pour désigner les connaissances qu'une personne a d'un objet de savoir, Chevallard utilise la notion de rapport personnel et précise la distinction entre *individu x* et *personne* ainsi:

> « *L'appartenance de l'individu x à différentes et successives institutions engendre un système de rapports personnels de x qui évolue au cours du temps. Dans cette évolution, l'invariant est l'individu, ce qui change est la personne* » (2003a, p. 81).

Par ces propos, Chevallard considère la *personne* comme un émergent de ses assujettissements passés et présents, auxquels on ne saurait vraiment la réduire puisque le rapport personnel suppose l'existence d'un objet de savoir *o* au sein de l'institution *I*. Nous allons maintenant revenir sur la notion de rapport personnel pour l'appréhender selon le point de vue de la TAD.

2.4.4 La notion de rapport personnel

Jusqu'ici nous entendions la notion de rapport personnel comme les "connaissances" (au sens où nous l'avons définie au premier chapitre, section 1.4.2 Objectif général de la recherche) d'un individu avec un objet de savoir donné. Nous allons maintenant la comprendre selon la perspective de Chevallard. Le rapport personnel d'un individu *x* à un objet de savoir *o*, lorsque cet objet de savoir *o* existe pour lui, est:

> *« Le système, noté R(x, o), de toutes les interactions que x peut avoir avec l'objet o – que x le manipule, l'utilise, en parle, en rêve, etc. On dira que o existe pour x si le rapport personnel de x à o est non vide, ce qu'on note R(x, o) ≠ Ø. De ce rapport personnel relève notamment tout ce que l'on croit ordinairement pouvoir dire – en termes de "savoir", de "savoir-faire", de*

“conceptions”, de “compétences”, de “maîtrise”, d’“images mentales”» (1989a, p. 227-228).

En tant que personne singulière, un futur enseignant se construit un rapport personnel aux objets « variation » et « covariation », à partir de sa position d’agent étudiant en formation à l’enseignement des mathématiques. La lecture qu’il se fait de la mise en jeu des objets variation et covariation par l’institution, la maîtrise qu’il a de ces objets, les difficultés qu’il peut avoir pour les comprendre ou même la manière dont il perçoit leur enjeu dans l’enseignement des mathématiques à partir de sa position d’étudiant constituent le socle sur lequel son rapport personnel se construit.

Cependant le rapport personnel des futurs enseignants du primaire dont il sera question dans cette recherche concernera la part de leur rapport personnel aux mêmes objets due à leur assujettissement à l’institution de formation. Il s’agit plus précisément de la composante du rapport personnel qui relève de leur position comme sujets de l’institution et qui est construit en conséquence des choix institutionnels**.** Le rôle de l’assujettissement dans la construction du rapport personnel sera développé un peu plus loin dans la section 2.5.

Mais pour Chevallard, être *bon sujet* et *mauvais sujet* ne renvoient plus à la bonne et mauvaise connaissance d’un objet par un sujet, ce sont seulement des appréciations de la conformité du rapport personnel $R(x, o)$ au rapport institutionnel $R_I(p, o)$ (en référence aux « connaissances » que l’institution, elle-même, a des objets considérés). Comme le dit (Chevallard, 2003a, p. 84) lui-même:

> *« Une personne y appelée à juger la connaissance qu’a une personne x d’un objet o ne sait guère qu’apprécier la conformité du rapport personnel* $R(x, o)$ *au rapport institutionnel* $R_I(p, o)$*, où p est la position que x est censé occuper au sein de I ».*

Il y a ainsi une dialectique du rapport institutionnel et du rapport personnel car le premier fournit les conditions et les contraintes dans lesquelles le second se crée et évolue. En retour le rapport personnel, lorsqu’il est congruent au rapport institutionnel, vient soutenir ce dernier. La section qui suit est consacrée au rapport institutionnel.

2.4.5 La notion de rapport institutionnel

De la même manière que pour un sujet *x*, un objet *o* de savoir existe pour une institution *I*, s'il existe un rapport institutionnel de *I* à *o* en une position *p* (noté $R_I(p, o)$). On dira alors que l'institution *I* connaît *o* et on note $R_I(p, o) \neq \varnothing$. Ce rapport *« énonce, en gros, ce qui peut se faire dans I avec o, comment o y est mis en jeu, ou encore, en termes imagés, ce qu'est le destin de o dans I »* (Chevallard, 1989a, p. 213). Le rapport institutionnel de *I* à *o* est considéré comme le rapport à *o* du *sujet idéal* de *I en position p*. C'est ainsi donc que Chevallard défini le rapport institutionnel :

> *« Étant donné un objet o, une institution I, une position p dans I, on appelle rapport institutionnel à o en position p, et on note* $R_I(p, o)$*, le rapport à l'objet o qui devrait être, idéalement, celui des agents de I en position p »* (Chevallard, 2003a, p. 82).

Dans une institution d'enseignement ou de formation, c'est surtout le rapport personnel des sujets *x* de l'institution *I*, en position *p* d'élève, en tant que bénéficiaire ultime des notions enseignées qui doit être idéalement conforme au rapport institutionnel. Comme le rapport personnel se forme sous les conditions et les contraintes fournies par le rapport institutionnel suivant les positions *p* que les différents sujets occupent au sein de l'institution, cela entraîne que l'analyse du rapport institutionnel est un préalable à l'analyse des rapports personnels. Sachant que dans la TAD, le rapport personnel $R(x, o)$ se crée et évolue sous les conditions et les contraintes du rapport institutionnel $R_I(p, o)$, il nous faut maintenant voir ces conditions et contraintes institutionnelles.

2.5 Les conditions et contraintes d'émergence du rapport personnel dans la TAD

Le système de rapports institutionnels aux objets *o*, relativement à la position *p* constitue le contrat institutionnel, *dont on peut dire qu'il énonce ou que s'y inscrit, la manière prescrite par l'institution, de se comporter dans I pour les sujets en position p* (Chevallard, 1989a, p. 214). Dès lors, le rapport personnel d'un individu *x* à un objet de savoir *o* change ou se crée, s'il n'existait pas encore, par le contact de *x* avec *o*, et qui vivent en certaines institutions I où x vient occuper une certaine position p. Un individu est ainsi *assujetti à* – c'est-à-dire à la fois *soumis à* et *soutenu par*–une institution à partir du moment où il fait son entrée et en devient un sujet. La première condition ou contrainte d'émergence du rapport personnel est l'existence d'un savoir, en tant qu'objet culturel, au sein de l'institution I.

Un caractère clé de l'existence d'un savoir au sein d'une institution I est sa fonctionnalité. En effet, tout savoir existant au sein d'une institution I doit être doté d'une fonctionnalité réelle et dynamique, c'est-à-dire sa capacité éprouvée et reconnue par les individus x en position p dans I d'être un outil d'intelligibilité de la connaissance de façon générale. Si un savoir existe dans une institution I sans cette fonctionnalité d'être un outil pour mieux comprendre et mieux agir, les objets de savoirs o issus de son découpage tendront à engendrer un rapport personnel $R(x, o)$ qui fait apparaître la connaissance non comme socialement utilitaire, mais simplement comme quelque chose qu'on exhibe (Chevallard, 2003b, p. 1). Pire, un savoir pâtissant d'un manque de fonctionnalité ne suscite que très peu d'attention de la part des individus x en position p dans I, et ce n'est que très difficilement qu'un rapport personnel $R(x, o)$ peut y émerger. Il est par conséquent important qu'un savoir existe au sein d'une institution, mais le soit en plus avec une raison d'être, son utilité. Avec ce caractère clé de l'existence d'un savoir au sein d'une institution, l'assujettissement, qui est la seconde condition ou contrainte d'émergence du rapport personnel $R(x, o)$, ne sera que plus facilité.

En devenant sujet de I en position p, un individu x s'assujettit de ce fait au rapport institutionnel $R_I(p, o)$. Ainsi, les rapports personnels des sujets x sont, de manière générale, les fruits de leurs assujettissements institutionnels passés et présents. Même quand il ne répond pas à une intention formatrice, tout assujettissement institutionnel, en une position p au sein de I, exerce en fait une formation institutionnelle sui generis et qui tend à *conformer* les personnes au rôle assigné par I à ses sujets en position p. Cette formation institutionnelle suis generis est constituée par « *l'ensemble des influences exercées par les rapports* $R_I(p, o)$ *sur les personnes occupant la position p au sein de I* (Chevallard, 2003a, p. 87). L'attitude de l'individu x est aussi fondamentale pour son assujettissement. Ce dernier doit véritablement étudier o. Pour un individu x, étudier un objet o signifie faire quelque chose consciemment, tout seul ou avec l'aide d'autrui, pour modifier son rapport personnel $R(x, o)$, c'est-à-dire pour faire évoluer sa connaissance de o. Cette démarche de x qui s'instruit à propos de o le contraint à être en contact avec o, ce qui consolide son assujettissement. Dans ces conditions, l'attente majeure pour I, si o existe pour les sujets de I en position p, est que le rapport personnel de x à o, $R(x, o)$, tendra à ressembler au rapport institutionnel $R_I(p, o)$, ce qui se note $R(x, o) \cong R_I(p, o)$. Une synthèse des notions clés empruntées à la TAD pour cette recherche ainsi que leur interrelation est proposée dans le tableau ci-après.

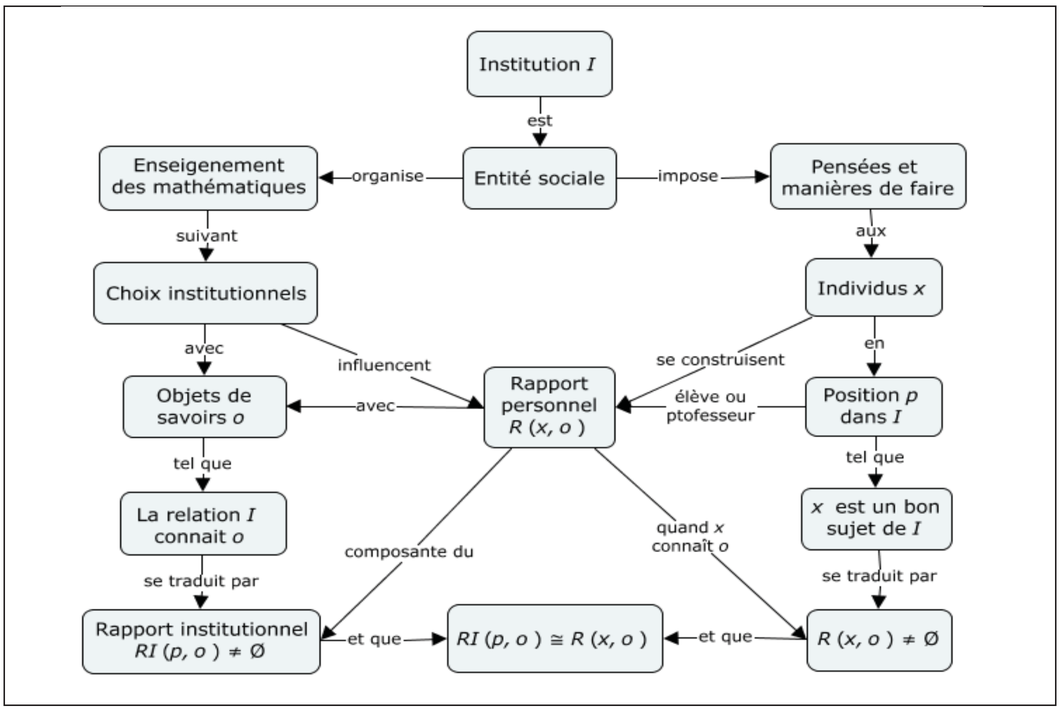


Figure 8: Synthèse des notions clés de la TAD et leur interrelation.

Nous avons indiqué que notre objectif général de recherche est d'examiner comment le programme de formation initiale des enseignants du primaire leur permet de saisir l'enjeu des objets « variation » et « covariation » comme prélude à la notion de fonction ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques. Nous allons maintenant décliner dans la section 2.6 ci-après nos objectifs spécifiques de recherche.

2.6 Objectifs spécifiques de recherche

Au regard de l'ensemble des notions clés, dont nous avons dévoilé la signification que leur assigne Chevallard dans la TAD, nous pouvons revenir sur notre objectif général de recherche.

Cet objectif général est d'examiner comment le programme de formation initiale des futurs enseignants du primaire leur permet de saisir l'enjeu des objets «variation» et «covariation» comme prélude à la notion de fonction et ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques. Nous pouvons dès lors découper cet objectif général de recherche en objectifs spécifiques en utilisant les outils conceptuels de la TAD et principalement les notions de rapport institutionnel et de rapport personnel. Nos objectifs spécifiques de recherche sont donc les suivants:

O1: Examiner le rapport institutionnel du programme de formation des maîtres du primaire aux objets « variation » et « covariation »;

O2: Caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec ces objets pendant leur formation initiale;

O3: Établir des liens entre les rapports personnels des futurs enseignants du primaire et le rapport institutionnel pour déterminer la composante institutionnelle du rapport personnel de ces derniers.

La formulation et la hiérarchisation de ces objectifs spécifiques obéissent au fait que le rapport institutionnel fournit les conditions à partir desquelles le rapport personnel se forme. Cela dit, l'analyse du programme de formation servira de point de départ à la caractérisation des rapports personnels des futurs maîtres. En établissant des liens entre le rapport institutionnel et le rapport personnel, nous serons en mesure de déterminer la composante institutionnelle du rapport personnel des futurs enseignants du primaire pour leurs futures pratiques.

Chapitre 3 : Méthodologie

Au regard de nos objectifs spécifiques de recherche, dans ce chapitre nous préciserons notre méthode de recherche, le contexte de notre étude, la population à l'étude ainsi que nos outils de collecte de données. Nous aborderons également, la technique d'analyse des données que nous suivrons.

3.1 Méthode de recherche: une étude exploratoire

Dans le cadre de notre recherche, nous voulons dans un premier temps examiner le rapport institutionnel avec les notions de variation et covariation en analysant la place et le rôle de ces notions dans le programme de formation des futurs enseignants du primaire. Puis dans un second temps, nous allons caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec ces objets de savoir mathématique pendant leur formation initiale en menant une enquête par questionnaire et par entrevue. Nous pourrons alors, dans un troisième temps, établir les liens entre le rapport institutionnel et le rapport personnel. Dans cette perspective, nous ferons d'abord une analyse de contenu du programme de formation initiale, puis une exploration de la formation des étudiants maîtres relativement aux notions de variation et covariation.

Si l'analyse de contenu peut laisser croire à une recherche descriptive, nous comptons exploiter, en fait, cette analyse de contenu comme une des sources d'informations, au titre de la triangulation, pour explorer les rapports personnels que les futurs maîtres du primaire se construisent avec les objets « variation » et « covariation » comme conséquence des choix institutionnels. Il va donc sans dire que notre recherche est une étude exploratoire utilisant l'étude de cas, en ce qu'elle essaie de « *rapporter une situation relative à un groupe de personnes et à l'analyser pour voir comment se manifestent et évoluent les phénomènes auxquels le chercheur s'intéresse* » (Mucchielli, 1996).

3.2 Description du cadre contextuel de la formation initiale des futurs maîtres à l'Université de Montréal

Au Québec, la formation des enseignants est assurée par les universités et la maîtrise d'œuvre de ces programmes de formation est confiée aux facultés des sciences de l'éducation. Pour le développement de notre recherche, nous avons choisi par convenance d'examiner le programme de formation des maîtres de l'Université de Montréal (UdeM) dispensé au sein de sa faculté des Sciences de l'Éducation (FSÉ) et dont le Centre de Formation Initiale des Maîtres (CFIM) est le coordonnateur. Il existe plusieurs programmes de formation des maîtres au CFIM de l'UdeM. Celui auquel nous nous intéressons dans cette étude est le programme de formation pour l'obtention du Baccalauréat en Éducation Préscolaire et Enseignement Primaire (BEPEP). C'est donc ce programme de formation BEPEP qui constituera notre institution *I*. Pour identifier le rapport, $R_I(p, o)$, de l'institution BEPEP avec les notions de variation et covariation, nous nous appuierons sur les éléments suivants: 1) les plans de cours cadre des cours au programme pour la formation à l'enseignement des mathématiques; 2) les plans de cours réellement utilisés par les enseignants (professeurs et chargés de cours)durant l'année scolaire 2015-2016. Nous sommes tout de même conscients que les différents plans de cours ne fourniront certainement pas les informations détaillées sur les choix institutionnels et la mise en jeu des notions visées dans notre étude. Nous espérons compenser ce déficit éventuel par une saturation de l'information au niveau de l'enquête qui sera conduite auprès des étudiants maîtres.

Les cours offerts dans les différents programmes de formation au CFIM sont donnés par les enseignants des trois départements de la FSÉ de l'UdeM. Au CFIM, la formation initiale des maîtres pour l'obtention du BEPEP se déroule en quatre ans, et ne débouche sur aucune spécialisation disciplinaire comme c'est le cas pour la formation des enseignants du secondaire. C'est un programme de formation général comprenant, pour la formation à l'enseignement des mathématiques, un cours de mathématiques et cinq cours de didactique des mathématiques pour un nombre total de 18 crédits sur 123 crédits pour l'ensemble des cours au programme pour l'obtention du BEPEP. Pour chaque cours, la FSÉ conçoit un plan de cours cadre servant d'orientation académique pour le plan de cours élaboré par l’enseignant. La différence entre le plan de cours cadre et celui élaboré par l’enseignant, est que le premier est approuvé par le département concerné par le cours et adopté ultérieurement par la FSÉ, avec les principaux éléments de contenu recommandés pour chaque cours, ainsi que les compétences à développer, l'approche pédagogique du cours et les méthodes d'évaluation. Avant d’être exécuté, le plan de cours élaboré par chaque enseignant doit auparavant être validé par le département concerné. Le département concerné par les cours pour la formation à l’enseignement des mathématiques est le Département de Didactique (DI). Il peut arriver que le plan de cours suivi par l’enseignant soit plus ou moins différent du plan de cours cadre en raison d’une certaine liberté académique reconnue aux enseignants. Ce sont donc, pour les six cours au programme pour la formation à l’enseignement des mathématiques, ces deux documents (plans de cours cadre et plans de cours élaborés par les enseignants) que nous analyserons par codage manuel. Nous allons maintenant parler dans la section suivante de la population cible pour notre étude.

3.2.1 Justification de la population cible

Comme nous comptons faire l’analyse du programme de formation initiale de l’institution BEPEP du CFIM, notre population cible sera constituée par des étudiants en formation dans ce centre. Par conséquent, notre enquête sera conduite plus précisément auprès des participants en position *p* d’étudiants en 4^e année de formation initiale au sein de l’institution BEPEP au cours de l’année académique 2015-2016[5]. En ciblant les étudiants de 4^e année, nous faisons l’hypothèse qu’ils sont suffisamment imprégnés des choix institutionnels pour leur formation à cause de leur durée au sein de l’institution BEPEP en plus d’avoir suivi presque tous les cours de didactique des mathématiques (où les notions de « variation » et de « covariation » pourraient se trouver), ce qui peut donner une idée de leur possible assujettissement à l’institution. Dans l’esprit de Chevallard (1999), l’assujettissement est en effet l’une des conditions de l’émergence du rapport personnel et de la conformité de celui-ci au rapport institutionnel: $R(x, o) \cong R_I(p, o)$. Précisons enfin, que nous avons fait le choix de ne pas nous intéresser aux enseignants qui sont déjà en fonction, dans les écoles primaires, parce que leur rapport personnel a pu déjà être modifié sous l’influence des nouvelles institutions

[5] Le certificat d’éthique obtenu pour cette recherche se trouve dans l’Annexe 1.

(Enseignement mathématique au primaire par exemple) dans lesquelles ils occupent maintenant d'autres positions.

Pour la deuxième partie de l'analyse de notre recherche, qui est une étude de cas, nous pensons pouvoir arriver à une saturation des informations recherchées avec le nombre de vingt participants comme population cible. L'étude ne vise, par ailleurs, aucune généralisation des résultats.Les méthodes d'échantillonnage utilisées pour sélectionner les participants sont l'échantillon accidentel et l'échantillon volontaire, qui sont des méthodes d'échantillonnage non aléatoire. La méthode d'échantillonnage accidentel parce que les participants sont au bon endroit et au bon moment, ce qui facilite le contact entre le chercheur et ces derniers. La méthode d'échantillonnage volontaire parce que les participants doivent témoigner un certain intérêt pour la recherche et qu'ils ne doivent pas se sentir contraints de quelque manière que ce soit. Compte tenu de notre deuxième objectif spécifique de recherche, qui est celui de caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec les notions de variation et covariation, nous considérons les étudiants maîtres de 4^{e} année comme une population appropriée pour notre recherche en raison de la durée de leur séjour au sein de l'institution**.** Nous allons maintenant présenter le dispositif méthodologique qui sera suivi pour mener nos analyses.

3.3 Le dispositif méthodologique

L'analyse structurale est une technique qualitative d'analyse de contenu qui est généralement rangée dans la catégorie des techniques sémantiques et structurales. Ses principales caractéristiques sont privilégier l'analyse de documents écrits et s'intéresser au sens et à la structure du texte. C'est cette technique d'analyse de contenu que nous utiliserons pour analyser le programme de formation alors que l'analyse inductive générale sera la technique d'analyse que nous suivrons pour les données issues de l'enquête compte tenu de la nature de ce genre de données. Le principe de l'analyse inductive est d'associer un thème ou un code aux unités de textes qui présentent un sens significatif en lien avec nos objectifs spécifiques de recherche.

Dans l'optique de repérer les unités de texte significatives dans le programme de formation, nos interprétations tiendront compte des questions suivantes: les objets « variation » et « covariation » sont-ils présents dans le programme de formation des enseignants du primaire? Ces objets sont-ils clairement identifiables? Quelles sont les activités proposées pour les travailler et pour quel objectif? Ces activités permettent-elles aux étudiants maîtres de discerner les notions de variation et covariation qui y sont impliquées et de saisir l'enjeu de ces objets comme prélude à l'étude des fonctions? Pour nous assurer de la validité des résultats, le critère de rigueur scientifique que nous appliquerons est *la vérification auprès des participants* (Blais & Martineau, 2006), qui est un critère propre à l'analyse inductive, en vérifiant s'il y a une concordance entre les résultats obtenus et les opinions et réponses des participants.

3.3.1 Analyse de contenu du programme de formation

L'analyse de contenu est une méthode qualitative qui s'appuie sur l'interprétation des documents, à partir des discours qui y sont exprimés. Selon Sabourin (2009), l'analyse de contenu est:

> « *Un ensemble de démarches méthodologiques recourant à des méthodes et des techniques utilisées en vue d'interpréter des documents dans le but de connaître la vie sociale* » (p. 416).

De la même manière que toute recherche porte sur un problème, il n'y en a pas ou presque qui ne prennent appui sur un matériel ou des données quelconques. Le matériel qui fera l'objet de notre analyse de contenu, en ce qui concerne le programme de formation, est un *matériel invoqué* (Van der Maren, 1996). C'est un matériel dont la constitution est extérieure et totalement indépendante du chercheur. À l'instar des données d'archives ou des documents historiques par exemple, le programme de formation entre parfaitement dans la catégorie des données invoquées. La technique qui sera, plus précisément, utilisée est l'analyse structurale de contenu, pertinente pour connaître le sens du texte, la signification, le rôle et les objectifs que les auteurs assignent aux contenus suivant leurs positions dans la structure du programme de formation. Un avantage important de cette optique de décodage structural est la possibilité de prendre en compte les implicites du programme de formation de manière contrôlée. Le décodage structural d'un texte permet aussi de mettre en évidence des blancs logiques de la structure, c'est-à-dire des éléments sur lesquels le sujet ne s'est pas explicitement exprimé, mais dont on peut déduire l'existence en vertu des différents principes de relation entre les éléments (Bourgeois & Piret, 2010, p. 186).

Pour l'ensemble des six cours prévus dans le programme de formation initiale des maîtres à l'enseignement des mathématiques, l'analyse consistera précisément à rechercher des traces explicites ou implicites des notions de variation et covariation et le sens assigné à ces notions (type de définition, les objectifs ainsi que les types d'activités et d'exemples, etc.). Mais nous y rechercherons aussi les non-dits ou les implicites (Bourgeois & Piret, 2010; Chevallard, 1991) qui peuvent suggérer des éléments en lien avec les notions de variation et de covariation. L'analyse de tous ces éléments, qui traduisent d'une certaine manière les choix institutionnels pour la mise en jeu des objets variation et covariation, nous donnera une idée du rapport institutionnel avec ces objets et nous permettra donc d'atteindre notre premier objectif spécifique de recherche. Pour rappel, notre premier objectif spécifique de recherche consiste à examiner le rapport institutionnel, $R_I(p, o)$, de l'institution BEPEP avec les notions de variation et covariation en analysant la place et le rôle de ces notions dans le programme de formation initiale des enseignants du primaire.

3.3.1.1 Grille d'analyse pour le programme de formation

L'analyse de contenu concernant le programme de formation, se fera à l'aide d'une grille d'analyse dans laquelle les données relatives aux objets variation et covariation seront classées par catégories et dont les codes seront prédéfinis. L'une des choses importantes que nous prévoyons d'examiner dans la grille est la présence explicite ou implicite des notions de variation et covariation, et de tous autres éléments explicites ou implicites ayant trait à ces notions dans le programme de formation telles que les régularités des suites.

Une clarification nous paraît indispensable à ce niveau. Par présence explicite, nous entendons une mention claire qui confère à ces notions une présence effective comme *notions mathématiques* dans le corpus des savoirs servant à organiser la formation des futurs maîtres. Une présence implicite fait plutôt référence à un usage des notions de variation et covariation comme *notions paramathématiques*[6] (Chevallard, 1991). La forme sous laquelle ces notions pourraient exister au sein du programme de formation, permettra d'apprécier si les objets variation et covariation sont des objets culturels de l'institution BEPEP c'est-à-dire si les étudiants maîtres du primaire sont invités à réaliser des performances avec ces objets de savoir (Chevallard, 1989a).

La formation des catégories prend en compte des éléments se référant au pré-algèbre, aux relations fonctionnelles, aux tableaux de valeurs et aux graphiques dans un plan cartésien, à la régularité des suites de nombres et des patterns dans lesquels les notions de variation et covariation sont susceptibles d'être impliquées. Ainsi, une première catégorie dont le code est PE renverra à une présence explicite des notions de variation et covariation, une deuxième catégorie, codée PI, signifiera une présence implicite de ces notions. Une troisième catégorie, ayant pour code A fera référence à l'absence totale de toutes traces des notions de variation et covariation ou des éléments en lien avec ces notions dans le programme de formation. Pour chacune de ces catégories, nous essaierons de répondre aux questions mentionnées plus haut et que nous reprenons volontiers ici: Ces notions sont-elles clairement identifiables? Quelles sont les activités proposées pour les travailler et pour quel objectif? Quel sens leur est-il assigné?

Dans les lignes qui suivent, nous présentons les outils que nous utiliserons pour la collecte des données auprès des participants, en positon *p* d'étudiants maîtres en 4^{e} année du primaire pour la formation initiale, au sein de l'institution BEPEP du CFIM au cours de l'année académique 2015-2016.

---

[6] Chevallard propose *l'addition*, *le cercle*, *les équations du 1^{e} degré* comme exemples de *notions mathématiques*, faisant l'objet d'un enseignement et d'une évaluation explicite. Il cite la notion de *paramètre* ou de *démonstration* comme exemples de *notions paramathématiques* servant d'outils de mise en œuvre, sans parfois faire l'objet d'un enseignement explicite. Il ajoute qu'il *existe une autre strate plus profonde de notions* souvent mobilisées implicitement dans le *contrat didactique* et qu'il nomme *notions protomathématiques* comme la notion de *simplicité*.

3.3.2 Outils pour la collecte des données issues de l'enquête

Contrairement aux données invoquées qui sont antérieures et indépendantes du chercheur, les données suscitées sont celles qui sont obtenues par interaction entre le chercheur et des participants à une étude (Van der Maren, 1996). L'enquête clinique, sous le format d'un questionnaire ou de l'entrevue semi-dirigée, est le prototype des données suscitées.

3.3.2.1 Questionnaire

Le but du questionnaire est de préparer l'entrevue individuelle auprès des étudiants maîtres qui auront donné leur accord pour l'entrevue. Il est constitué de six questions ouvertes. La première question (Question A) cible les connaissances des futurs maîtres avec l'introduction du pré-algèbre à l'école primaire. Les questions B, C et D nous donneront une idée de ce qu'ils *savent* ou *savent faire*, le cas échéant, avec les notions de variation et covariation et leur niveau de *maîtrise* de ces notions. Les deux dernières questions (questions E et F) nous permettront de savoir s'ils ont eu l'occasion de travailler ces notions pendant leur formation et s'ils en perçoivent l'enjeu pour leurs futures pratiques. Selon Chevallard, *« du rapport personnel relève tout ce que l'on croit pouvoir dire en terme de savoir*, *de savoir-faire*, *de conceptions*, *de compétences*, *de maîtrise*, *d'images mentales* » (Chevallard, 1989a, p. 227-228). Nous avons volontairement choisi de restreindre l'étude du rapport personnel des futurs enseignants aux trois dimensions suivantes: "savoir", "savoir-faire" et "attitude". La dimension "savoir" correspond aux connaissances mathématiques des participants à cette étude en lien avec les notions de variation et covariation et le niveau de maîtrise qu'ils ont de ces notions. La dimension "savoir-faire" traduit les compétences et habiletés didactiques des participants dans les activités impliquant les notions de variation et covariation et la dimension "attitude" comprend les conceptions et la vision des participants sur l'intérêt de développer de telles activités au primaire. La présentation du questionnaire ainsi que l'analyse des différents items sont déclinées dans la section 3.3.2.2 suivante.

Avec les données recueillies à travers ce questionnaire, il sera possible de faire une triangulation avec celles qui seront examinées dans le programme de formation des maîtres du primaire. Si les notions de variation et covariation sont travaillées au sein de l'institution BEPEP, sont-elles présentes chez les étudiants maîtres? Si c'est le cas, ces connaissances ont été acquises pendant la formation ou les avaient-ils déjà? Nous espérons ainsi pouvoir atteindre notre deuxième objectif spécifique, qui est de caractériser le rapport personnel que les futurs maîtres du primaire se construisent avec ces objets pendant leur formation initiale. Les deux premiers objectifs spécifiques nous permettront d'atteindre le troisième spécifique qui est d'établir des liens entre le rapport personnel des futurs enseignants et le rapport institutionnel pour discerner quelle composante de leur rapport personnel est la conséquence des choix institutionnels.

3.3.2.2 Présentation du questionnaire et analyse des différents items

Question A

Pourriez-vous nommer quelques contenus mathématiques vus dans le programme de formation de l'école québécoise - section préscolaire-primaire (PFÉQ-PP) qui seraient nécessaires pour l'apprentissage ultérieur de l'algèbre au secondaire?

Cet item vise à évaluer les dimensions "savoir" et "attitude" du rapport personnel des participants en tant que futurs maîtres du primaire.

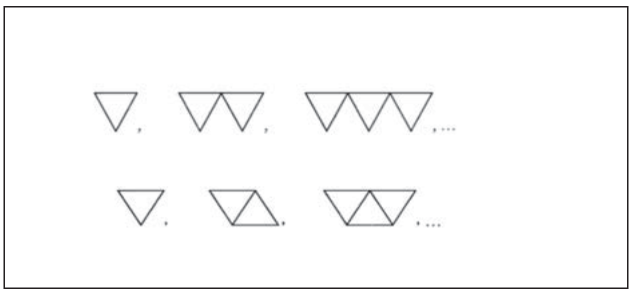
Question B. Activité 1

Voici deux suites de nombres : 1, 3, 5, 7, 9, 11… 0, 6, 12, 18, 24… Pour chaque suite, pourriez-vous expliquer dans vos mots comment, à partir d'un terme (ou nombre) quelconque, obtient-on le terme suivant?

Cet item vise à évaluer les dimensions "savoir" et "savoir-faire" du rapport personnel des futurs maîtres du primaire. Pour la première dimension, il est question de vérifier si les futurs maîtres comprennent ce qui est demandé dans l'activité et pour la dimension "savoir-faire", s'ils peuvent expliquer clairement ce qu'ils ont compris. En occurrence, sont-ils capables de reconnaître avec quelle régularité la suite varie d'un terme (ou nombre) quelconque au suivant et quel langage utilisent-ils pour exprimer cette régularité.

Question C. Activité[7] 2:

A l'aide de bâtonnets, on construit des figures composées de triangles et on obtient des suites figurales comme dans les deux exemples ci-dessous.



Dans chaque suite:

a) Combien de bâtonnets faudra-t-il pour construire la sixième figure?

c) Quel sera la position d'une figure qui compte 21 bâtonnets?

d) Pour chaque suite figurale, pourriez-vous donner l'expression algébrique qui exprime la relation existant entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles?

L'item C vise à évaluer les dimensions "savoir" et "savoir-faire" du rapport personnel des futurs maîtres du primaire. L'idée de cet item est de voir la capacité d'abstraction des futurs maîtres notamment s'ils sont capables de passer d'un mode de raisonnement arithmétique à un mode de raisonnement algébrique par la généralisation.

[7] Extraite de Gagnon, Hote & Provost-Larose (2007. p. 34)

Question D.

Pourriez-vous citer ou décrire dans vos propres mots les notions mathématiques qui sont mises en jeu dans les activités 1 (question B) et 2 (question C)?

Cet item vise à évaluer les dimensions “savoir” et “savoir-faire” du rapport personnel des futurs maîtres du primaire en essayant de voir s’ils sont en même de discerner les notions de variation, de covariation et de dépendance (variable indépendante et variable dépendante).

Question E.

Avez-vous travaillé le genre d’activités 1 (question B) et 2 (question C) pendant votre programme de formation initiale de futurs maîtres (BEPEP)? Si oui, dans quel cours et pendant combien de temps?

Cet item vise à évaluer la dimension “attitude” du rapport personnel des futurs maîtres du primaire en essayant de voir s’ils ont pu avoir une expérience avec de telles activités au cours de leur formation et quelle est, éventuellement, l’ampleur de cette expérience.

Question F.

Selon vous, le genre d’activités 1 (question B) et 2 (question C) pourrait permettre de préparer les élèves de l’école primaire à l’apprentissage de quelles notions de l’algèbre au secondaire? Expliquez.

Cet item vise à évaluer les dimensions “savoir”, “savoir-faire” et “attitude” des futurs maîtres du primaire en regardant s’ils ont les connaissances nécessaires pouvant leur permettre de faire le lien entre ces activités et des notions de l’algèbre au secondaire en plus de voir comment ils justifient un tel lien.

Le tableau ci-dessous récapitule l’évaluation des dimensions “savoir”, “savoir-faire” et “attitude” du rapport personnel des participant à notre étude par les items du questionnaire. Une plus grande attention a été portée sur les deux premières dimensions car elles touchent directement aux connaissances du contenu de la matière (SMCK) et aux connaissances didactiques du contenu (PCK).

Dimensions / Questionnaire	Principales dimensions du rapport personnel		
	“savoir”	“savoir-faire”	“attitude”
Question A	X		X
Question B	X	X	
Question C	X	X	
Question D	X	X	
Question E			X
Question F	X	X	X

Tableau 2: Évaluation des principales dimensions du rapport.

3.3.2.3 Grille d’analyse pour le corpus issu du questionnaire

Nous avons opté pour l’analyse inductive générale pour traiter les données issues de l’enquête parce que cette procédure se prête parfaitement bien à l’analyse des données portant sur des objets de recherche à caractère exploratoire, dans la mesure où nous (le chercheur), n’avons pas accès à des catégories existantes dans la littérature (Blais & Martineau, 2006). Rappelons brièvement que l’analyse inductive générale est une procédure qui s’appuie sur la lecture détaillée des données brutes pour faire émerger des catégories à partir des interprétations du chercheur, fondées sur ces données brutes (Blais & Martineau, 2006, p.2).

Pour faire émerger les catégories, nous analyserons en particulier, la sémantique des contenus exprimés en réponses au questionnaire à partir d’unités de textes significatives à un même thème. La syntaxe (les verbes et les adjectifs) et le lexique (classement des mots selon leur sens avec appariement des synonymes de sens proches) sera aussi pris en compte. Pour l’analyse de chaque entrevue, elle se fera aussi selon la sémantique, la syntaxe et le lexique du discours mais sera complétée par quelques éléments d’analyse de la forme du discours lui-même (fréquence, récurrence de certaines expressions, style, ton, hésitation, ...)[8]. Toutes ces analyses se feront en rapport aux questions spécifiques de recherche.

[8] En référence au chapitre 3 : «*L’analyse de l’énonciation*», 4e partie «Techniques» du livre de Bardin (2003, pp. 223-240).

3.3.2.4 Validation du questionnaire

Cette partie explique comment nous nous sommes assurés de la fiabilité de notre questionnaire. Tout d'abord, il a été construit en nous inspirant des questionnaires validés par des études antérieures à la nôtre, notamment celles de Bronner (1997), Carlson (1998), Evangelidou *et al* (2004) et Hansson & Grevholm (2003). L'intérêt des questionnaires utilisés par ces auteurs est que leurs études portent respectivement sur l'analyse des difficultés des futurs enseignants concernant la notion de fonction et les rapports personnels des enseignants avec des objets mathématiques (nombres réels et racine carré). Nous avons donc contextualisé ces questionnaires à notre objet de recherche.

Nous n'avons pas pu effectuer, faute de volontaires, un test de validité auprès des personnes ayant les mêmes caractéristiques que celles de notre population cible. Pour autant, nous avons soumis notre questionnaire à des chercheurs intéressés aux questions sur la formation des enseignants, pour requérir leurs commentaires et suggestions sur la formulation des questions. L'objectif de cette sollicitation était de vérifier si les questions sont concises et clairement compréhensibles, pouvant permettre d'obtenir des réponses précises et si chacune véhicule une seule idée et ne suggère aucune réponse. Nous avons ensuite ajusté le questionnaire en prenant en compte les remarques et propositions qui avaient été faites par les chercheurs. Cette étape était indispensable pour la fiabilité de notre questionnaire, dans la mesure où elle nous a permis de faire les corrections nécessaires.

Nous avons également invité deux enseignants, intervenant dans la formation des enseignants du primaire, à se prononcer sur le niveau de complexité des activités prévues dans le questionnaire. L'idée était de nous assurer que le questionnaire est adapté au "niveau" des étudiants maîtres du primaire. Initialement, trois activités étaient prévues : une activité sur les suites de nombres, une seconde se focalisant sur les suites figurales ou patterns et une troisième était consacrée à une suite contextualisée sous forme de problème à résoudre. À la suite des avis concordants des deux enseignants, l'activité sur la suite contextualisée a finalement été retirée du questionnaire parce qu'elle était jugée cognitivement complexe et demanderait par conséquent beaucoup trop de temps aux étudiants maîtres. Finalement, la triangulation méthodologique, auprès des chercheurs et des enseignants, pour la fiabilité de notre outil a permis d'assurer sa consistance en plus de nous avoir permis de savoir aussi qu'il était convenable pour atteindre nos objectifs spécifiques O2 et O3. Ces deux objectifs spécifiques sont respectivement:

- O2 : Caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec les notions de variation et covariation pendant leur formation initiale;
- O3 : Établir des liens entre les rapports personnels des futurs enseignants du primaire et le rapport institutionnel pour déterminer la composante institutionnelle des rapports personnels de ces derniers.

3.3.3 Entrevues

Quoi de plus naturel et de plus simple que de questionner des personnes à propos de leurs représentations, de leurs sentiments, de leurs expériences ou de leurs expertises (Savoie-Zajc, 2009), en un mot de leurs connaissances. Nous avons élaboré notre protocole d'entrevue à partir du questionnaire écrit de l'enquête : après analyse des résultats, un protocole de questions servant de trame pour la réalisation des entrevues a été conçu.

Le principe a été d'introduire chaque thème par des questions ouvertes, puis de laisser les participants s'exprimer, en les aidant éventuellement à développer leur point de vue, tout en essayant de rester le plus neutre possible et surtout de respecter le protocole de l'entrevue. L'idéal a été de recueillir des informations plus détaillées sur des réponses incomplètes obtenues avec le questionnaire, ce qui nous a permis d'obtenir une grande diversité d'éléments significatifs du discours des participants sur lesquels nous nous sommes appuyés pour les analyses. Le but des entrevues a été de sonder davantage leur compréhension et tout ce que les étudiants en formation des maîtres croient pouvoir dire sur les notions de variation et covariation ou faire avec les activités impliquant ces notions afin de caractériser leur rapport personnel.

Les entrevues individuelles, semi-dirigées, que nous avons conduites nous-même, se sont déroulées en début octobre 2015 et ont duré chacune environ une heure. Toutes les entrevues ont été enregistrées et retranscrites in extenso. Ainsi, avec ces entrevues, nous avons pu atteindre avec plus d'informations et de détails notre O2 et conséquemment notre O3 que nous venons de rappeler ci-dessus. Dans la section suivante, nous présentons la démarche que nous avons suivi pour l'analyse des données issues du questionnaire.

3.3.3.1 Grille d'analyse pour les données issues des entrevues

L'analyse des données issues des entrevues a été faite selon la même technique que celle qui a été utilisée pour les données du questionnaire, c'est-à-dire l'analyse inductive générale. Ainsi, l'analyse de chaque entrevue a été faite selon la sémantique, la syntaxe et le lexique du discours mais a été complétée par quelques éléments d'analyse de la forme du discours lui-même (fréquence, récurrence de certaines expressions, style, ton, hésitation, ...)[9]. Toutes ces analyses ont été faites en rapport aux questions spécifiques de recherche. Comme nous avons transcrit les verbatim, un des compromis que nous avons adopté pour ne pas perdre d'autres éléments liés à la forme du discours comme les hésitations ou le ton de la voix, a été d'ajouter des notes aux endroits appropriés. Nous avons pu ainsi répondre à notre deuxième objectif spécifique de recherche qui est celui de caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants se construisent avec les objets « variation » et « covariation » pendant leur formation initiale. La confrontation des données recueillies à travers nos objectifs spécifiques O1 et O2 nous a permis d'atteindre notre troisième objectif spécifique de recherche O3. Il a été question, pour cet objectif spécifique O3, d'établir des liens entre le rapport institutionnel et les rapports personnels des futurs enseignants du primaire pour déterminer la composante institutionnelle de ces rapports personnels.

[9] En référence aussi au chapitre 3 : «*L'analyse de l'énonciation*», 4e partie «Techniques» du livre de Bardin (2003), pp. 223-240.

Chapitre 4 : Analyse et interprétation des données

Dans le chapitre précédent, nous avons décliné notre méthodologie qui est l'analyse de contenu du programme de formation des maîtres et des données issues de l'enquête. Ce chapitre consiste à présenter, à faire la synthèse, l'analyse et l'interprétation des données relatives aux plans de cours dispensés au sein de l'institution BEPEP et à l'enquête (questionnaire et entrevues) en plus de présenter les résultats. Dans une étape préliminaire au contenu du programme de formation BEPEP pour l'enseignement des mathématiques, nous nous penchons sur la structure du programme de formation de l'école québécoise en éducation préscolaire et enseignement primaire (PFÉQ-PP) avant d'en venir à celles de l'institution BEPEP pour voir comment les savoirs du PFÉQ-PP sont convoqués dans l'institution BEPEP. Nous allons d'abord chercher à identifier des éléments susceptibles de faire référence aux notions de variation et covariation suivant les trois catégories prédéfinies : PE, PI, A. Nous allons ensuite faire l'analyse et l'interprétation de ces éléments avant de présenter finalement les résultats.

4.1 Analyse et interprétation des données du PFÉQ-PP

Le PFÉQ-PP se caractérise essentiellement par le choix d'introduire les apprentissages par compétences et par l'attention portée à la démarche d'apprentissage. Ce programme propose une organisation des savoirs sous forme de compétences de manière à leur donner sens et ouverture et s'appuie sur un cadre conceptuel qui définit l'apprentissage comme un processus actif et continu de construction des savoirs. Dans le PFÉQ-PP, il y a les différents savoirs essentiels de base (SEB) à l'étude au niveau du préscolaire-primaire et la progression des apprentissages (PA) en plus des stratégies cognitives et métacognitives (SCM) pour traiter les activités relatives à l'apprentissage des savoirs essentiels. Les corpus du PFÉQ-PP que nous présentons dans les sous-sections 4.1.1 et 4.1.2 couvrent respectivement les SEB et la PA à laquelle sont adjoints les SCM.

4.1.1 Analyse et interprétation des données des SEB

Dans le document du PFÉQ-PP (MELS, 2013) présentant les SEB, nous pouvons voir que l'enseignement des mathématiques est structuré autour de trois compétences : 1) Résoudre des situations problèmes, 2) Raisonner à l'aide des concepts et des processus mathématiques, 3) Communiquer à l'aide du langage mathématique. Les trois compétences sont inter reliées et se développent en relation étroite avec l'acquisition des savoirs relatifs à l'arithmétique, la géométrie, la mesure, la probabilité et la statistique (MELS, 2013). En effet, c'est la communication à l'aide du langage mathématique qui rend logiquement possible la capacité de raisonner avec les concepts et les processus mathématiques tandis que le raisonnement mathématique, lui-même, s'exerce le plus généralement en situation de résolution de situations-problèmes (MELS, 2013, p. 125). L'extrait suivant identifie des éléments pouvant avoir des liens avec les notions de variation et covariation parmi les SEB présents dans le PFÉQ-PP. Ces éléments sont « régularités: suites de nombres et familles d'opérations » qui sont des apprentissages vus dans les trois cycles de l'enseignement primaire.

ARITHMÉTIQUE : OPÉRATIONS SUR DES NOMBRES (SUITE)			
– Régularités : suite de nombres, famille d'opérations	1	2	3
– Décomposition en facteurs premiers		2	3
– Divisibilité par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10			3

Figure 9: Extrait des savoirs essentiels du PFÉQ-PP (MELS, 2013, p. 136).

Nous pouvons aussi relever le 5e objectif spécifique des apprentissages communs au ‟domaine de la mathématique, de la science et de la technologie”, qui s'énonce comme suit:

> « *Analyser les données provenant d'observations ou d'une situation-problème et utiliser de stratégies appropriées permettant d'atteindre un résultat ou de trouver une solution qu'il sera possible par la suite d'expliquer, de vérifier, d'interpréter et de généraliser* » (MELS, 2013, p. 122).

Dans ce morceau de texte, c'est outre la stratégie pour atteindre le résultat qui est intéressante mais surtout la possibilité de généralisation à partir d'un cas. Le programme est complété par deux autres documents décrivant la PA et la SCM. Ce sont ces documents qui font l'objet de la section suivante.

4.1.2 Analyse et interprétation des données de la PA et des SCM

La PA apporte des précisions sur les connaissances (SEB) que les élèves doivent acquérir au cours de chaque niveau du primaire dans les différents champs de la mathématique : arithmétique, géométrie, mesure, statistique et probabilité. Ainsi, pour l'arithmétique, par exemple, ces apprentissages sont divisés en trois sections : « le sens et l'écriture des nombres », « le sens des opérations sur les nombres » et « les opérations sur des nombres ». Chaque apprentissage identifié est par ailleurs associé à une ou à plusieurs années du primaire au cours de laquelle ou desquelles cet apprentissage constitue un objet formel d'enseignement.

Parmi les trois sections qui composent les apprentissages en arithmétique, c'est dans la section « les opérations sur des nombres » où nous trouvons des éléments susceptibles de toucher aux notions de variation et covariation. En effet, « les régularités numériques ou non numériques (couleurs, formes, sons, etc.) » figurent parmi les situations d'apprentissage à proposer aux élèves. Des situations d'apprentissage qui devraient leur permettre de:

> «*Observer et de décrire diverses régularités, des suites de nombres et d'opérations telles que la suite des nombres pairs, la suite des multiples de 5, la suite des nombres triangulaires. Elles les conduiront ainsi à ajouter des termes à une suite, à énoncer des règles générales ou à construire des modèles. Les élèves pourront alors énoncer ou déduire des définitions, des propriétés et des règles* » (MELS, 2009, p.11).

Ces informations renforcent les intentions contenues dans l'objectif spécifique sur les apprentissages communs "au domaine de la mathématique de la science, et de la technologie" vues plus haut. La figure qui suit, extraite de la PA, nous donne une idée sur l'organisation praxéologique des apprentissages associés à la section "opérations sur des nombres". Les concepts et processus qui y sont visés offrent des outils de plus en plus complexes aux élèves pour développer et exercer les trois compétences en mathématiques.

13. Décrire, dans ses mots et à l'aide du langage mathématique propre à son cycle,						
a. des régularités non numériques (ex. : suite de couleurs, de formes, de sons, de gestes)	→	★				
b. des régularités numériques (ex. : comptine des nombres, tableaux et grilles de nombres)	→	★				
c. des suites de nombres et famille d'opérations	→	→	→	→	→	★
14. Ajouter de nouveaux termes à une suite dont au moins les 3 premiers termes sont donnés	→	→	→	→	→	★

Figure 10: Extrait de la PA dans le PFÉQ-PP (MELS, 2009, p. 12).

Nous pouvons voir dans cette figure que les tâches d'apprentissage sont données avec les détails qui comprennent l'objectif et parfois des exemples. À propos des régularités non numériques, par exemple, une tâche d'apprentissage serait « *décrire, dans ses propres mots et à l'aide du langage mathématique, des régularités non numériques telle qu'une suite de formes* ». Nous y voyons une allusion aux régularités avec des suites figurales ou patterns, ce qui signifie que le rapport institutionnel de PFÉQ-FF ne se limite pas qu'aux suites de nombres.

Nous trouvons aussi dans la PA des stratégies cognitives et métacognitives (SCM) qui accompagnent le développement et l'exercice des trois compétences en mathématique et qui sont intégrées au processus d'apprentissage. Aux stratégies identifiées, correspond une réflexion sous la forme d'un certain nombre de questions que les élèves doivent se poser. Concernant les activités d'apprentissage sur les régularités, la stratégie identifiée est la "généralisation" et les questions, entre autres, soumises à la réflexion des élèves sont « Ai-je observé une régularité? » ou « suis-je en mesure de dégager une règle? ». Ces questions sont les deux dernières dans la liste des questions de la figure ci-après.

Stratégies cognitives et métacognitives	
Stratégies	**Réflexion**
Généralisation	▪ Quelles sont les ressemblances et les différences dans les exemples? ▪ Quels modèles puis-je réutiliser? ▪ Les observations faites dans un cas particulier sont-elles applicables dans d'autres situations? ▪ Les affirmations formulées ou les conclusions tirées sont-elles toujours vraies? ▪ Ai-je dégagé des exemples et des contre-exemples? ▪ Ai-je observé une régularité? ▪ Suis-je en mesure de dégager une règle?

Figure 11: Extrait des SCM dans le PFÉQ-PP (MELS, 2009, p. 24)

Il ressort que les notions de variation et covariation ne sont pas exploitées dans le PFÉQ-PP. Cependant, à travers la présence des notions de "régularité", "suites de nombres ou de formes", de "généralisation" et même de "règle", en plus d'autres comme "stratégies" cette recherche trouve un écho dans le PFÉQ-FF. L'interprétation des données que nous avons analysées dans le PFÉQ-FF visant à détecter des traces des notions de variation et covariation s'appuiera sur ces notions.

4.1.3 Interprétation des données du PFÉQ-PP

Nous observons que dans le PFÉQ-PP, l'étude des régularités figure comme notion à faire apprendre aux élèves et ceci à travers les suites de nombres et de formes entre autres. Ces activités sur les régularités se font dans le cadre des savoirs disciplinaires de l'arithmétique. Il n'y a pas explicitement une référence aux mots ou expressions pré-algèbre, patterns, relations fonctionnelles et encore moins aux notions de variation et covariation. Mais nous avons vu dans la section 1.1.6 que l'étude des régularités, qui s'étend souvent aux patterns, est aussi une activité pré-algébrique. Connaissant les liens entre l'arithmétique et l'algèbre (Chevallard, 1985; Kieran, 2004; Schmidt, 1996; Warren, 2003), il est compréhensible que les régularités et les suites de nombres soient traitées dans le cadre de l'arithmétique. En appliquant les compétences ou les objectifs prévus pour développer des activités sur les suites de nombres, la deuxième compétence nous autorise certaines interprétations. *Raisonner avec les concepts* *mathématiques*, dans le cas des suites de nombres, peut se traduire par les tâches d'*observer*, *ajouter des nouveaux termes* à une suite dont au moins les trois premiers sont donnés et *généraliser* en dégageant une règle pour ainsi être capable de trouver le terme de n'importe quelle position. L'exemple suivant que nous avons emprunté à l'étude de Yeşildere İmre &Akkoç (2014) (voir figure 4) peut aider à comprendre comment les notions de variation et covariation peuvent être impliquées dans une activité sur les suites de nombres. Il s'agit de la suite de nombres 3, 5, 7, 9,…, l'objectif étant de l'étendre et ensuite de la généraliser.

Position du nombre	Nombre	Relations entre le nombre et sa position	
1	3	1 + (1 + 1) = 3	(1 + 1) + 1
2	5	2 + (2 + 1) = 5	(2 + 2) + 1
3	7	3 + (3 + 1) = 7	(3 + 3) + 1
4	9	4 + (4 + 1) = 9	(4 + 4) + 1
5	11	5 + (5 + 1) = 11	(5 + 5) + 1
6	13	6 + (6 + 1) = 13	(6 + 6) + 1
7	15	7 + (7 + 1) = 15	(7 + 7) + 1
…	…	…	…
n	…	$n + (n + 1)$	$(n + n) + 1$

Figure 12 : Exemple d'activité de généralisation d'une suite de nombres (Yeşildere İmre & Akkoç, 2014, p. 2).

Dans cette suite, la mise en relation entre un nombre et sa position permet de voir qu'il y a variation si on considère le changement de position ou le changement des nombres dans la suite mais qu'il y a aussi covariation entre les deux éléments.

Nous voyons bien qu'au sein de l'institution PFÉQ-PP, il y a des non-dits, des silences et des implicites, c'est-à-dire des éléments qui ne sont pas exprimés explicitement mais qui sont là et s'avèrent nécessaires pour réussir à traiter l'activité. Le point de vue de l'analyse structurale de contenu, que nous avons adopté pour analyser les données de l'institution PFÉQ-PP nous enseigne que le texte d'enseignement est aussi important par ce qu'il montre, ou insinue, que par ce qu'il dissimule (Bourgeois & Piret, 2010). En effet, l'extension de la suite telle que nous pouvons l'observer dans la figure 12 ci-dessus, fait bien ressortir une variation et une covariation des variables (le terme de la suite et sa position dans la suite). Il n'est donc pas exagéré de considérer la présence des éléments identifiés aussi bien au niveau des compétences, des objectifs que des contenus comme des traces de la présence implicite des notions de variation et covariation au sein du PFÉQ-PP. De ce point, il est logique d'attribuer ces traces à la catégorie présence implicite (PI). Il n'y a pas de mention claire ou explicite des notions de variation et covariation dans le rapport institutionnel du PFÉQ-PP, ce qui fait que la catégorie "présence explicite" (PE) n'enregistre pas d'éléments. Il en est de même pour la catégorie "absence"(A) à cause des traces trouvées dans la catégorie PI.

Nous avons observé dans le PFÉQ-PP les compétences à développer chez les élèves et des objectifs d'enseignement en passant par les activités et la progression d'apprentissage jusqu'aux stratégies cognitives suggérées aux élèves pour les activités d'apprentissage des régularités. Avec l'exemple de la suite de nombres, nous avons eu l'illustration de l'implication implicite des notions de variation et covariation dans des activités mettant en jeu les "régularités". Mais c'est toutefois une place voilée, c'est-à-dire dont on ne peut saisir que par l'observation lucide des "régularités" ou par la capacité cognitive à généraliser des suites de nombres par exemple. Par cette stratégie qui consiste à généraliser par une règle l'extension d'une suite de nombres, les notions de variation et covariation peuvent jouer un rôle de précurseur à la construction conceptuelle des relations fonctionnelles et déclencher peut-être chez les élèves l'idée de la notion de fonction comme relation entre des quantités variables. Dans notre exemple, la règle $(n + n) + 1$, à laquelle aboutit la généralisation de la suite et qui se réduit à $2n + 1$, est une expression algébrique dans laquelle n est interprété comme une variable. Le PFÉQ-PP semble donc être en phase avec à la recommandation de la recherche de faire travailler les notions de variation et covariation au primaire comme prélude à l'étude des fonctions.

Cette étape préliminaire nous a paru essentielle car elle va nous permettre de voir comment tous les éléments identifiés en lien avec les notions de variation et covariation sont convoqués au sein de l'institution BEPEP. Les futurs maîtres auront probablement à enseigner les "régularités" puisqu'elles font partie des connaissances à faire apprendre aux élèves de l'école primaire comme nous venons de le voir dans le PFÉQ-PP. Cette étape préliminaire va nous permettre, par ailleurs, d'apprécier la cohésion entre ce que recommande la recherche, les orientations du PFÉQ-PP et la mise en œuvre par l'institution BEPEP pour la formation des futurs enseignants du primaire.

4.2 Analyse et interprétation des plans de cours de l'institution BEPEP

De façon générale, la structure du programme pour la formation initiale des enseignants du préscolaire-primaire au sein de l'institution BEPEP à l'UdeM combine des cours d'enseignement général, des cours de pédagogie, des cours concernant des contenus disciplinaires et de cours de didactique, avec des stages pratiques dans les écoles. Pour la formation à l'enseignement des mathématiques, il y a un cours pour les notions mathématiques et cinq cours de didactique des mathématiques. Nous faisons l'économie de présenter l'ensemble des cours au programme, nous focalisant plutôt sur les six cours concernant la formation à l'enseignement des mathématiques.

Nous présentons dans le tableau 3 ci-après le descripteur des cours offerts par l'institution BEPEP pour former les enseignants du primaire à l'enseignement des mathématiques. Nous avons mis en gras les éléments susceptibles d'intéresser cette recherche et leur donner une visibilité pour la suite du texte.

Année	Cours	Descripteurs
1ère année	DID1000	Retour sur des **notions mathématiques** de base afin de **questionner** et **d'expliquer** leur **fonctionnement**: numération positionnelle, **opérations**, fractions, rapports et **proportions**, géométrie plane, statistiques descriptives.
	DID4213	**Résolution de problèmes**. **Raisonnement** et preuve. **Modélisation** et simulation. Probabilité. Situations didactiques.
2e année	DID1204	Étude de **concepts**, **procédures**, **attitudes** et **raisonnement** en **arithmétique** et statistiques (premiers apprentissages). Repères historiques, épistémologiques et didactiques. **Situations didactiques**, ingénieries et évaluation.
3e année	DID2204	Étude des **concepts**, **procédures**, **attitudes** et **raisonnement** en **arithmétique** et statistiques (apprentissage subséquent). Repères historiques, épistémologiques et didactiques. **Situations didactiques**, ingénierie et évaluation.
	DID4203	Diversité des apprenants. Principales difficultés dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Intégration des apprenants à risque dans les classes régulières. Évaluation et intervention adaptées pour répondre aux besoins de divers apprenants.
4e année	DID3204	Étude des concepts, procédures, attitudes et raisonnement en géométrie (apprentissage subséquent). Repères historiques, épistémologiques et didactiques. Plan cartésien et euclidien. Situations didactiques, ingénierie et évaluation.

Tableau 3: Descripteurs des cours pour la formation à l'enseignement des mathématiques.

Dans la sous-section 4.2.1, nous faisons la synthèse des corpus des plans de cours cadre (PCC), soulignant aussi, au passage, le nombre de crédits qui est attribué à chaque cours et le nombre de crédits attribué aux autres cours dans le programme de formation ainsi que celui des stages.

4.2.1 Analyse des PCC

La distribution générale des cours selon l'année et la session pendant lesquelles ces cours sont offerts au sein de l'institution BEPEP, en plus de leur nombre de crédits et de ceux des autres cours, est présentée dans le tableau 4 ci-après. Il est important de retenir que le programme de formation est actuellement en rénovation, les PCC[10] que nous présentons ci-dessous sont ceux des cours que les participants à notre étude ont suivis.

Année	Première session	Deuxième session	Crédits
1[ère] année	DID1000 Notions mathématiques au primaire (3c) 13,5 crédits pour d'autres cours	DID4213 Didactique des mathématiques (3c) 10,5 crédits pour d'autres cours 3 crédits pour le stage	33
2[e] année	10 crédits pour d'autres cours 3 crédits pour le stage	DID1204 Didactique de l'arithmétique 1 (3c) 12 crédits pour d'autres cours	28
3[e] année	DID2204 Didactique de l'arithmétique 2 (3c) 13 crédits pour d'autres cours	DID4203 Enseignement différencié en mathématiques (3c) 6 crédits pour d'autres cours 6 crédits pour le stage	31
4[e] année	DID3204 Didactique de la géométrie (3c) 15 crédits pour d'autres cours	4 crédits pour d'autres cours 9 crédits pour le stage	31
		Total crédits	123

Tableau 4: Distribution de cours selon le nombre de crédits et l'année de l'offre.

Nous pouvons tout de suite établir que c'est le cours DID1000 qui est axé sur les savoirs mathématiques et les cinq autres DID1204; DID2204; DID3204 et DID4213 sur les savoirs didactiques, ce qui peut laisser penser que peu de place est faite à la formation des contenus mathématiques. En comptabilisant le nombre total de crédits[11] nécessaires pour former les futurs enseignants du préscolaire-primaire, on arrive à cent vingt-trois (123) crédits. L'autre remarque qui se dégage de ce tableau ci-dessus, c'est que 18 crédits sur 123 concernent des cours pour la formation à l'enseignement des mathématiques ($\frac{18}{123} \times 100$, soit 14,63% du total). Avec ce nombre de crédits et au regard de l'importance que les enseignants accordent habituellement à la maîtrise des algorithmes sur les opérations, on peut redouter un rapport faible de l'institution BEPEP avec les activités sur les régularités. Nous ne voyons pas non plus

[10] Les PCC des cours DID1000 Notions mathématiques au primaire et DID2204 Didactique de l'arithmétique 2 se trouvent dans les annexes 2 et 3. Les PCC des cours DID1204 Didactique de l'arithmétique 1 et DID4213 Didactique des Mathématiques n'étant plus disponibles sur l'intranet du département, n'ont pu être annexés.

[11] Un crédit est une charge de travail comprenant 15 heures de cours et 30 heures de travail individuel.

comment l'institution BEPEP peut arriver à réduire les nombreuses lacunes identifiées par la recherche dans la formation des enseignants notamment celles qui sont observées dans les tâches didactiques telles que faire des liens ou expliquer les notions (Ball, 1990; Hansson & Grevholm, 2003). Le modèle de présentation des plans de cours, aussi bien les plans de cours cadre que ceux des enseignants, est un tableau en quatre sections décrivant respectivement A) les compétences et apprentissages visés, B) le contenu du cours, C) les approches pédagogiques utilisées, D) l'évaluation et E) les références bibliographiques. Pour chaque section, nous donnons un aperçu succinct.

Concernant tout d'abord les compétences, trois compétences ressortent en général dans les plans de cours cadre mais une seule compétence est commune au cours de mathématiques et à ceux de la didactique. En fait, l'institution BEPEP suit une approche par compétences définie par le MELS (gouvernement du Québec) à partir de douze compétences professionnelles. S'agissant du cours sur les notions mathématiques (DID1000), les compétences et apprentissages visées sont les suivantes : 1) « *Professionnel héritier*, *critique et interprète des objets de savoirs* », 2) « *Pouvoir prendre position et argumenter* » et 3) « *Interpréter les savoirs disciplinaires* ». Quant aux cinq cours de didactique (DID1204, DID2204, DID3204, DID4203), les compétences se déclinent comme suit:

Compétence n°1 : « *Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète des objets de savoirs dans l'exercice de ses fonctions* »;

Compétence n°3 : « *Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre*, *et ce*, *en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation* » et

Compétence n°4 : « *Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre*, *et ce*, *en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation* ».

Ensuite concernant les contenus, nous avons vu dans le PFÉQ-PP que l'arithmétique est divisée en trois sections "sens et écriture des nombres"; "sens des opérations sur les nombres" et "opérations sur des nombres". Il nous a été donné de voir que c'est dans la section "opérations sur des nombres" qu'on trouvait des activités avec les "régularités" pouvant toucher aux notions de variation et covariation. Après avoir lu les descripteurs des six cours offerts pour la formation à l'enseignement des mathématiques au sein de l'institution BEPEP, ceux dans lesquels la transposition des activités avec les régularités nous semble possible sont les cours DID1000, DID1204, DID2204 et DID4213. Le tableau suivant présente pour chacun des cours, excepté le cours DID3204 Didactique de la géométrie, les éléments figurant parmi les contenus qui sont susceptibles de toucher aux notions pré-algébriques ou aux relations fonctionnelles.

Cours	Éléments liés au pré-algèbre et aux relations fonctionnelles
DID1000	Opérations arithmétiques: sens et algorithmes-règle de trois et produit en croix
DID1204	Opérations (sens des opérations) et résolution de problèmes
DID2204	Opérations arithmétiques élémentaires sur les nombres naturels et les nombres relatifs
DID4203	Opérations (sens des opérations) - résolution de problèmes
DID4213	Résolution des problèmes-modélisation-pourcentage et taux-pré-algèbre

Tableau 5: Éléments liés au pré-algèbre et aux relations fonctionnelles dans les cours de didactique offerts pour la formation initiale des maîtres.

Nous pouvons voir dans ce tableau et comme nous le présagions que “les opérations arithmétiques et leur sens” ainsi que “la résolution des problèmes” apparaissent dans plusieurs cours. Cela nous semble raisonnable étant donné que l’institution BEPEP forme ses sujets en position d’étudiants à devenir des enseignants du préscolaire-primaire. La connaissance des opérations et la résolution de problèmes sont des éléments clés de l'apprentissage au primaire. Le seul cours dans lequel l’expression *pré-algèbre* apparait explicitement est le cours DID4213. Étant donné la présence du *pré-algèbre* dans les contenus de ce cours (tableau 5), il semble que c’est dans ce cours où les tâches liées aux régularités pourraient être travaillées. C’est pourquoi nous reprenons dans le tableau 6 ci-dessous un extrait du PCC de ce cours, même si nous n’excluions pas que les tâches sur les régularités peuvent aussi être abordées dans les autres cours sous la forme de suites contextualisées (situation-problèmes). Dans notre outil de collecte de données, nous avons prévu des questions pour vérifier si les régularités sont aussi abordées dans les autres cours.

4.2.2 Analyse du PCC du cours DID4213 Didactique des mathématiques

DID4213 Didactique des mathématiques
Description de l'annuaire Résolution de problèmes. Raisonnement et preuve. Modélisation et simulation. Probabilité. Situations didactiques.
A) Les compétences et apprentissages visées. Principalement les compétences **1** (Compréhension de l'activité mathématique et de son évolution) **3** (Perspective didactique dans la conception des situations) et **8** (Intégration éclairée des TIC)
B) Contenus Résolution de problèmes: Phases et compétences impliquées. Représentation et modélisation. Raisonnement inductif et raisonnement déductif. Caractéristiques et rôles des différents langages, représentation et raisonnement dans l'apprentissage des contenus mathématiques enseignés vers la fin du primaire: pourcentage et taux, probabilités et statistiques, logique, pré-algèbre.

Tableau 6: Extrait du PCC du cours DID4213 Didactique des mathématiques.

Malgré la présence explicite de l'expression pré-algèbre, on doit tout de même noter que ce n'est qu'un élément parmi tous les contenus de ce cours. Il y a plusieurs activités qui peuvent être développées, par conséquent les activités pré-algébriques ne pourraient être qu'une infime partie des contenus que ce cours doit couvrir. Les données de l'enquête auprès des étudiants maîtres pourront nous fixer sur l'étendue de la couverture du *pré algèbre* au sein du cours DID4213 Didactique des mathématiques et de manière générale au sein de l'institution BEPEP.

Concernant maintenant l'approche pédagogique, le mode d'évaluation et les références, le cours DID4213 Didactique des mathématiques semble suivre la tendance générale qu'on observe dans les six cours de didactique. En effet, l'approche pédagogique utilisée repose sur les exposés magistraux, les exercices individuels, les travaux de groupe et les travaux individuels et en équipe. Pour ce qui est de l'évaluation, elle porte souvent sur les travaux théoriques et pratiques, en plus des différents examens. Les références, quant à elles, combinent des articles scientifiques, des manuels scolaires et des ouvrages de relevance. La sous-section 4.2.3 suivante est consacrée à présenter le corpus du PCE du cours DID4213 Didactique des mathématiques.

4.2.3Analyse du PCE du cours DID4213 Didactique des mathématiques

En plus de celles contenues dans le plan de cours cadre, d'autres informations s'ajoutent dans les plans de cours des professeurs. Comme dans le plan de cours cadre, c'est encore dans le cours DID4213 Didactique des mathématiques qu'une certaine transposition des traces des notions de variation et de covariation apparaît. Les informations additionnelles figurant dans ce cours sont les objectifs du cours, le matériel requis pour suivre le cours, la date et le local pour chaque séance de cours et les contenus qui sont répartis en deux volets : didactique et mathématique. Le tableau 7 ci-dessous, présente les informations du cours DID4213 Didactique des mathématiques. Pour des raisons d'allégement du tableau, la date et le local prévu pour les séances de cours n'y figurent pas. Nous pouvons toutefois retenir que le cours DID4213 Didactique des mathématiques compte14 séances de cours.

DID4213 Didactique des mathématiques	
Objectif	Développer une compréhension plus fine des contenus plus avancés du primaire, des nombreux liens qui les unissent, et de leurs applications dans la réalité et l'apprentissage des autres disciplines d'enseignement.
Matériel requis	Copie du programme de formation de l'école québécoise PFÉQ-PP, chapitre 6.1 - Mathématiques; Copie de la progression des apprentissages – Mathématiques. Recueil des problèmes et glossaire didactique.
Contenus	
Contenus didactiques	Contenus mathématiques
Arts et nature **Régularités**. Raisonnements inductif et déductif. Milieu et variable didactique	Géométrie: symétrie, polygones, angles. Arithmétique: fractions et décimaux.
Magie, science et technologie **Modélisation**.	Arithmétique: Rapports et multiples. **Pré-algèbre**.
Technologie et logiciels Labo: **Modélisation**, exploration et simulation.	Arithmétique, **pré-algèbre**, probabilité et statistiques.

Tableau 7: Extrait du plan de cours de l'enseignant pour le cours
DID4213 Didactique des mathématiques (Année 2014).

Dans ce cours, nous pouvons dire qu'il y a une transposition des éléments, identifiés dans le PFÉQ-PP, pouvant être considérés comme des traces des notions de variation et covariation. Mais les régularités et le pré-algèbre, tout comme les autres contenus d'ailleurs, ne sont mentionnés que de manière générale dans le PCE du cours DID4213, sans qu'aucune tâche ne soit spécifiée. En général, le programme de formation, qui est un document ministériel, a vocation à être plus détaillé qu'un plan de cours. C'est donc sans trop d'étonnement que nous notons l'absence de détails sur l'organisation praxéologique autour des régularités, des notions de variation et de covariation aussi bien dans le PFÉQ-PP que les plans de cours de l'institution BEPEP.

Toujours est-il que nous constatons d'abord que le cours DID4213 Didactique des mathématiques, dans l'un de ses objectifs, cherche à « *développer une compréhension plus fine des contenus plus avancés du primaire* », ce qui laisse penser à des contenus d'une certaine complexité cognitive. La tâche de généralisation des suites, par exemple, est dans une certaine mesure caractéristique de cette complexité cognitive. De plus, les documents du PFÉQ-PP (SEB, PA et SCM) dans lesquels nous avons trouvé des activités sur les "régularités" figurent parmi le matériel requis pour suivre le cours DID4213 Didactique des mathématiques. Cela nous amène à considérer que ces activités sur les "régularités" et que nous avons déjà identifiées comme des traces possibles des notions de variation et covariation pourraient être abordées parmi les contenus de ce cours. Cependant, bien que les "régularités" soient mentionnées de manière claire, à l'instar aussi du *pré-algèbre*, elles sont une indication de la présence implicite des notions de variation et de covariation au sein de l'institution BEPEP. Avec le PCE du cours DID4213 Didactique des mathématiques, une praxéologie mathématique autour des notions de variation et covariation nous semble possible et par conséquent l'existence prévisible d'un rapport institutionnel. Même si le nombre de crédits (celui de ce cours : 3/123) paraît insuffisant pour développer chez ses "sujets" étudiants maîtres, des connaissances pouvant leur permette de mener des activités avec les objets variation et covariation, le rapport de l'institution BEPEP semble être marqué par cette intention. La sous-section 4.2.4 est consacrée à l'interprétation de l'analyse des plans de cours de l'institution BEPEP.

4.2.4 Interprétation des données des plans de cours de l'institution BEPEP

Pour les six (6) cours au programme au sein de l'institution BEPEP et pour les trois codes prédéfinis, nous allons essayer de répondre, pour nos interprétations, aux questions que nous nous sommes posées: les objets variation et covariation sont-ils présents dans le programme de formation des enseignants du primaire? Ces objets sont-ils clairement identifiables? Quelles sont les types de tâches proposées pour les travailler et pour quel objectif? Quel sens leur est-il assigné? Ces activités permettent-elles aux étudiants maîtres de discerner les notions de variation et de covariation qui y sont impliquées et de saisir leur enjeu comme prélude à l'étude des fonctions?

Pour la première catégorie codée PE, nous constatons qu'il n'y a dans aucun plan de cours, PCC comme PCE, une présence explicite des notions de variation et covariation. En effet, dans les PCC des six cours de didactique des mathématiques offerts, depuis les compétences professionnelles à développer chez les futurs enseignants et les objectifs à atteindre pour chaque cours, en passant par les contenus, jusqu'aux références, les objets variation et covariation ne sont pas clairement identifiables au sein de l'institution BEPEP. Comme nous l'avons dit dans la section 3.2, les PCC, conçus par la FSÉ, servent d'orientation académique aux PCE et sont validés par chaque département concerné.Le rapport institutionnel de BEPEP avec les notions de variation et covariation n'est pas de notre point de vue clair et celui-ci va donc dépendre de chaque enseignant. À partir du moment où les objets variation et covariation n'ont pas une place visible dans l'institution BEPEP, la praxéologie mathématique, encore moins la praxéologie didactique permettant aux étudiants maîtres d'accomplir des tâches avec ces objets mathématiques ne peuvent pas non plus être clairement identifiables. Nous faisons l'hypothèse que les "sujets" de l'institution BEPEP, en position d'étudiants maîtres, ne connaissent pas ces objets et il leur est difficile dans ces conditions de développer des rapports personnels significatifs avec les objets variation et covariation. Saisir l'enjeu de l'enseignement de ces objets comme prélude à l'étude des fonctions au secondaire devient en ce moment hypothétique pour les sujets de l'institution BEPEP.

Pour la deuxième catégorie codée PI, la présence d'un certain nombre d'unités de textes significatifs laisse suggérer une présence implicite des notions de variation et de covariation au sein de l'institution BEPEP. L'association de ces unités de texte significatives qui composent le code PI est la suivante: « raisonnement inductif et raisonnement déductif - représentation et raisonnement dans l'apprentissage des contenus mathématiques enseignés vers la fin du primaire - pré-algèbre - résolution de problèmes ». Ces unités de textes ressortent dans le cours DID4213. La technique d'analyse structurale adoptée permet, en effet, de prendre en compte l'implicite du texte et de mettre en évidence les blancs-logiques du plan de cours

DID4213. Dans les unités de textes significatives codées PI, il semble qu'il y a des éléments non explicitement exprimés, mais dont on peut déduire l'existence. Ainsi, les activités telles que l'observation, la prédiction et la généralisation des suites de nombres ou des patterns ou de manière générale les relations fonctionnelles peuvent être travaillées dans le pré-algèbre (Voir section 1.1.6, figure 4) et la résolution de problèmes. Aussi bien l'apprentissage des activités avec les patterns qu'avec la résolution de problèmes nécessitent souvent un raisonnement soit inductif soit déductif et sont généralement beaucoup plus vues avec un certain niveau de complexité cognitif vers la fin du primaire.

Quant à la troisième catégorie que nous avons codée A, nous ne pouvons pas dire qu'il y a absence totale de traces des notions variation et covariation au sein de *I* compte tenu des unités de texte significatives répertoriées dans la deuxième catégorie. Le tableau-synthèse ci-dessous présente les données regroupées en catégories selon les documents analysées.

PE	PFÉQ-FF		
	BEPEP		
PI	PFÉQ-PP	SEB	• «régularités non numériques: suites de couleurs; de formes; de sons; de gestes», • «régularités numériques», «suites de nombres», «ajouter de nouveaux termes à une suite», «généralisation», «règle».
		PDA	Raisonnement inductif et déductif, régularités, suites de nombres,
		SCM	Régularités, généralisation, règle
	BEPEP	PCC	Pré-algèbre
		PCE	Raisonnement inductif et déductif, régularités, pré-algèbre
A	PFÉQ-FF		
	BEPEP		

Tableau 8: Grille de codage des éléments ayant possiblement un lien avec les notions de variation et covariation au sein de l'institution BEPEP.

Pour nos interprétations, nous avons indiqué qu'elles s'appuieront sur les questions déclinées dans le paragraphe 3.3 du chapitre 3. À savoir : les objets variation et covariation sont-ils présents dans le programme de formation des enseignants du primaire? Ces objets sont-ils clairement identifiables? Quelles sont les activités proposées pour les travailler et pour quel objectif? Quel sens leur est-il assigné? Ces activités permettent-elles aux étudiants maîtres de discerner les notions de variation et de covariation qui y sont impliquées et de saisir leur enjeu comme prélude à l'étude des fonctions? Nous répondrons à cette dernière question lorsque nous ferons l'analyse du corpus obtenu avec l'enquête auprès des étudiants maîtres.

Nous allons donc répondre aux autres questions en tenant compte des catégories définies pour l'analyse du corpus des PCC et PCE de l'institution BEPEP pour la formation des enseignants du primaire à l'enseignement des mathématiques:

- ❖ C'est un programme organisé à partir de la pratique professionnelle (Intervention: 5 cours de didactique) plutôt qu'à partir des savoirs disciplinaires (1 cours pour l'enseignement de notions mathématiques);
- ❖ Les activités pré-algébriques, notamment la capacité à généraliser, ne sont pas encore des notions formelles d'enseignement au primaire;
- ❖ Il n'y a pas de présence explicite des objets variation et covariation au sein de
- ❖ l'institution BEPEP;
- ❖ Il y a des traces des notions de variation et covariation qui laissent penser que ces objets de savoirs mathématiques peuvent être développés au sein de l'institution BEPEP;
- ❖ Les types de tâches proposés pour les travailler, encore moins leurs objectifs, ne sont pas identifiables mais ils peuvent bien être les suites de nombres et les suites non numériques (patterns) dans le cadre du pré-algèbre.

Il y a tout d'abord une légère incohérence entre le PFÉQ-FF et le BEPEP, le premier étant la source du second. La formation des enseignants étant assurée par l'université, l'utilisation du terme pré-algèbre au sein de l'institution BEPEP peut s'expliquer par la proximité de ce milieu avec la recherche. Il peut y avoir une certaine fidélité des enseignants à la recommandation de la recherche même jusque dans le vocabulaire. La présence du mot pré-algèbre semble indiquer une bonne intention dans le rapport de l'institution BEPEP avec les notions de variation et covariation pour la formation des maîtres. Mais cette intention est à relativiser car elle reste trop générale, surtout que l'enseignement sur le sens des quatre opérations et leurs algorithmes prédomine les activités à l'école primaire. À ce stade de l'étude, cette intention ne permet pas de saisir clairement l'organisation praxéologique ou mathématique [$T/\tau/\theta/\Theta$] mise en place par l'institution BEPEP pour prendre en compte la recommandation de la recherche d'introduire les relations fonctionnelles au primaire en préparant les futurs enseignants à un tel travail.

Nous faisons dans la section 4.3 ci-dessous l'analyse des données issues du questionnaire et des entrevues mais en présentant d'abord les conditions dans lesquelles s'est déroulé le recrutement des participants à cette étude et la collecte des données.

4.3 Analyse des données du questionnaire et des entrevues

4.3.1 Recrutement et cueillette des données du questionnaire

Le recrutement des participants à cette recherche, qui s'est déroulé au début de la rentrée scolaire de l'année académique 2015-2016, a été possible après obtention du certificat d'éthique. Nous précisons que le CFIM avait scindé les étudiants maîtres inscrits en 4^{e} année de formation pour l'obtention du BEPEP en quatre groupes E, F, G et H. Pour la session d'automne 2015, le seul cours offert aux finissants de 4^{e} année pour la formation à l'enseignement des mathématiques était le cours DID3204 Didactique de la géométrie. Comme cela aurait pris beaucoup plus de temps et qu'il s'avérait difficile de solliciter des volontaires pour participer à la recherche par les affiches ou autres moyens de communication (réseaux sociaux, courriels, etc.), nous avons contacté les enseignants de ce cours pour chacun des quatre groupes pour demander un temps de passage (3 min.) afin de nous adresser directement aux étudiants. Les étudiants maîtres qui s'étaient manifestés sont au nombre de 34 sur un total de 185 inscrits en dernier année de formation pour l'obtention du BEPEP au CFIM. Dans les lignes qui suivent, nous décrivons les conditions dans lesquelles les étudiants maitres avaient complété le questionnaire.

Pour des raisons pratiques, nous avons voulu profiter de la présence des étudiants maîtres au cours de didactique des mathématiques, DID3204 Didactique de la géométrie, pour qu'ils complètent le questionnaire. Mais comme le temps alloué pour la réalisation de la tâche était d'une heure et qu'il était difficile que tous les participants se présentent une heure avant ou restent encore une heure de plus après le cours, nous avions décidé en commun accord avec ces derniers qu'ils puissent compléter le questionnaire en deux moments: soit 30 minutes avant le cours et 30 autres minutes après le cours. Les copies devraient cependant être récupérées à la fin des trente premières minutes pour ensuite être redonnées aux étudiants maîtres à la fin du cours pour poursuivre la tâche. Cette contrainte avait été appliquée à tous les participants bien que les quatre groupes avaient complété le questionnaire pendant des jours et à des moments différents. À noter que dans tous les groupes, le second moment prévu pour la réalisation de la tâche n'avait plus été utilisé, tous les participants ayant déclaré avoir terminé au terme des trente premières minutes.

Le questionnaire comprenait une page de garde sur laquelle il y avait quelques consignes. Tout d'abord, les étudiants maîtres devaient indiquer leur nom et prénom, le groupe auquel ils appartenaient et confirmé avoir signé le formulaire de consentement. En plus de ces indications, il leur était demandé de répondre aux questions en justifiant leurs réponses de la façon la plus claire possible. Les étudiants maîtres pouvaient écrire dans leurs réponses aux questions « *je ne sais pas comment répondre à cette question* » ou « *je n'ai pas assez de temps* » quand c'était le cas. Enfin, ils devaient indiquer s'ils souhaitaient être contactés pour une entrevue enregistrée sur leurs réponses aux questionnaires.

Après avoir expliqué comment nous avons recruté et décrit les conditions de la collecte des données du questionnaire, nous allons maintenant passer dans la section suivante à l'étape de la présentation des données issues de l'enquête par questionnaire.

4.3.2Analyse des données issues du questionnaire

Une première analyse des réponses des étudiants maîtres nous a permis de les classer, pour chaque question, en quatre groupes de réponses selon leur pertinence relativement à nos objectifs spécifiques de recherche. Ces objectifs sont : O2 : Caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants se construisent ave les objets variation et covariation et O3 : Établir des liens entre les rapports personnels des futurs et le rapport institutionnel pour déterminer la composante institutionnelle de leur rapport personnel. L'appellation de chaque groupe de réponses ainsi que les contenus qui les composent seront déclinés au fur et à mesure des questions.

Par ailleurs, nous avons attribué un code à chaque étudiant maître pour que les données soient analysées de manière anonyme. Ce code est composé de l'acronyme EM, en référence à la position *p* d'étudiant maître des participants à cette étude, auquel est adjoint arbitrairement un nombre. Ainsi, les codes désignant les étudiants maîtres se présentent comme suit : EM1 à EM34.

Avant de présenter les données recueillies avec le questionnaire, nous revenons rapidement, pour chacun des items, sur la ou les dimensions du rapport personnel des futurs enseignants qu'il vise à évaluer.

Question A

Pourriez-vous nommer quelques contenus mathématiques vus dans le programme de formation de l'école québécoise – section préscolaire - primaire (PFÉQ-PP) qui seraient nécessaires pour l'apprentissage de l'algèbre au secondaire?

Cet item visait à évaluer les dimensions "savoir" et "attitude" du rapport personnel des participants en tant que futurs enseignants du primaire. Nous voulons plus particulièrement voir si les étudiants maîtres font le lien entre certaines notions vues au primaire et l'apprentissage ultérieur de l'algèbre au secondaire.

Pour cette question, les réponses des étudiants maîtres sont classées respectivement en: "Contenus spécifiques à l'algèbre"; "Nombres et opérations"; "Autres réponses" et "je ne sais pas comment répondre à cette question". Dans le premier groupe de réponses, il y a celles qui nomment des contenus liés à l'algèbre. Le deuxième groupe de réponses rassemble celles qui touchent aux contenus sur les différents nombres, les quatre opérations ainsi qu'à leurs propriétés et la résolution des problèmes. Dans le troisième groupe, il y a les réponses trop générales, ambigües ou confuses. Dans le quatrième groupe, il y a les réponses qui mentionnent simplement « *je ne sais pas comment répondre à cette question* » ou une idée proche. Les réponses des étudiants maîtres pour les quatre groupes de réponses sont synthétisées dans le tableau 9 ci-dessous.

Groupes de réponses	Étudiants maîtres	Nombre de réponses
Contenus spécifiques à l'algèbre	EM16, EM18, EM23, EM24, EM25, EM29, EM31, EM32.	8
Nombres et opérations	EM1, EM4, EM6, EM7, EM9, EM10, M12, EM14, EM15, EM19, EM20, EM21, EM22, EM26, EM27, EM30, EM34.	17
Autres réponses	EM2, EM3, EM5, EM8, EM11, EM13, M17.	7
Je ne sais pas comment répondre à cette question	EM28, EM33.	2
Total des étudiants maîtres participant à l'étude		34

Tableau 9: Réponses des étudiants maîtres à la question A.

Ce tableau nous montre qu'un petit nombre (8/34) d'étudiants maîtres arrivent à nommer des contenus mathématiques plus spécifiques qui sont vus au primaire ayant un lien avec l'apprentissage de l'algèbre. Ces contenus apparaissent dans les réponses des étudiants maîtres aux côtés d'autres contenus comme les nombres et les opérations. Nous avons choisi de les dissocier et de les classer dans le premier groupe de réponses compte tenu de leur pertinence et de l'intérêt qu'ils revêtent pour notre étude. Nous donnons ci-dessous des extraits des réponses dans lesquelles ces contenus apparaissent en gras : EM18 « […], ***les équations***» ; EM23 « […], ***inconnues*** » ; EM24 et EM32 « […], ***termes manquants*** » ; EM29 « […], *le* ***concept d'une information manquante*** » ; EM31 « ***régularités*** ». On peut aussi y ajouter dans ce premier groupe, la réponse de EM25 qui mentionne « […], ***les formules mathématiques***».

Le tableau 9 nous permet de voir aussi que ce sont surtout les nombres et les opérations qui sont considérés par la majorité des étudiants maîtres comme étant nécessaires à l'apprentissage de l'algèbre au secondaire. Ils sont, en effet, dix-sept étudiants maîtres qui nomment les nombres et les opérations, soit la moitié des participants à cette étude. Un exemple des réponses citant les nombres et les opérations est donné dans la figure 12. En considérant que l'arithmétique (élémentaire) est la partie de la mathématique qui étudie les propriétés et les relations de base entre les ensembles des nombres, il est convenable de considérer que les éléments de réponses donnés dans la figure 12 sont du domaine de l'arithmétique. Toutefois, bien que les nombres et les opérations puissent être utilisés pour introduire l'algèbre, les réponses des étudiants maîtres ne démontrent pas comment cela peut se faire.

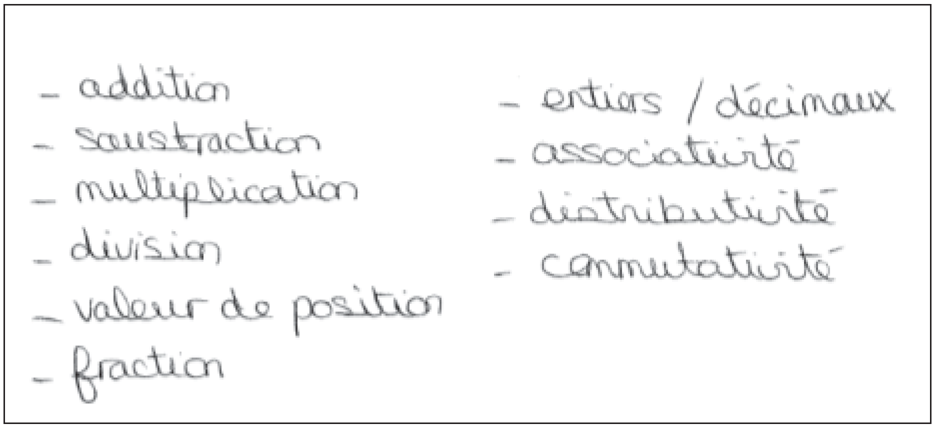


Figure 12: Réponse de l'étudiant maître EM12 à la question A.

Ceux qui ont produit des réponses trop générales sont au nombre de sept et voici deux exemples qui illustrent ce genre de réponses: « *Sans le programme sous les yeux je ne peux pas répondre, mais je pense que tous les contenus seront nécessaires* » (EM11) ou « *Peut-être quelques méthodes sur les multiplications et/ou les divisions… Cependant je ne pense pas que ce que nous avons vu en classe didactique des mathématiques pourrait aider à l'apprentissage de l'algèbre au secondaire* » (EM17). La réponse de l'étudiant maître EM17 est assez intéressante dans la mesure où il y a une anticipation de la réponse à la question E. Pour ce qui est du dernier groupe de réponses, ils sont deux étudiants maîtres disant ne pas savoir comment répondre à cette question.

Plusieurs sens sont attribués à l'algèbre. Elle peut être vue comme une arithmétique généralisée, l'étude des procédures permettant de résoudre certains types de problèmes, l'étude des relations entre des quantités ou encore l'étude des structures telles que les espaces vectorielles (Usiskin, 1988 cité par Kieran, 1989, p. 40). Certains de ces sens recouvrent la notion d'inconnue. Mais nous avons considéré "les inconnues" de façon générale comme des contenus spécifiques à l'algèbre parce que non seulement elles sont abordées dans l'apprentissage de l'algèbre au secondaire notamment dans la résolution des équations, mais elles sont prévues à l'école primaire. Dans la progression des apprentissages du PFÉQ-PP, section "opérations sur des nombres", on peut y lire la tâche suivante « *Déterminer un terme manquant dans une équation* : $a + b = \square, a + \square = c, \ldots$» (MELS, 2009, p. 12). Ces réponses nous semblent donc très pertinentes.

Plusieurs études (Cai & Knuth, 2011; Kieran, 1989; Schmidt, 1996; Warren, 2005) ont déjà souligné que les tâches sur "les opérations sur les nombres" et "le sens des opérations", même dans un contexte de résolution de problèmes, sont susceptibles d'aider à l'apprentissage de l'algèbre. De plus, nous avons déjà pu observer dans le PFÉQ-PP qu'une large place est faite aux trois composantes suivantes "sens et écriture des nombres"; "sens des opérations sur les nombres" et "les opérations sur les nombres" comme savoirs essentiels à l'apprentissage de l'arithmétique. Il nous a été donné de voir que c'est dans la section "opérations sur des nombres" qu'on trouvait des tâches avec les « régularités » touchant les notions de variation et covariation. Ceci dit, il nous apparaît difficile d'envisager de faire de l'algèbre sans les savoirs essentiels de l'arithmétique.

Nous avons vu aussi que "les opérations arithmétiques et leur sens" ainsi que "la résolution des problèmes" apparaissent dans plusieurs plans de cours, ce qui laisse croire à une grande familiarité des étudiants maîtres avec ces contenus mathématiques. En citant donc les nombres et les opérations comme des contenus pouvant être nécessaires à l'apprentissage ultérieur de l'algèbre, les réponses des étudiants maîtres semblent être cohérentes avec la recherche et les plans de cous et peuvent donc être considérées comme pertinentes. Toutefois, en l'absence d'explications ou d'exemples en appui de leurs réponses pour montrer comment les nombres et les opérations peuvent servir à l'introduction de l'algèbre, nous devons rester assez prudents sur la capacité réelle des participants à faire véritablement le lien entre l'apprentissage de l'arithmétique et celui de l'algèbre. Concernant le rapport personnel des étudiants maîtres, ce n'est plus la prescription du programme qui nous importe mais la signification algébrique qu'ils associent à ces contenus arithmétiques. Nous aurons donc à revenir sur cette question dans l'analyse des entrevues individuelles pour voir comment les étudiants maîtres justifient ou illustrent le passage de l'arithmétique à l'algèbre. Or très peu d'étudiants maîtres ont été capables de citer ces contenus.

Il nous faut souligner les commentaires assez intéressants dans les réponses des deux étudiants maîtres (EM11 et EM17) cités plus haut en exemples pour le groupe “autres réponses”. Ces réponses semblent se nuancer car EM11 dit que tous les *contenus seront nécessaires* et EM17 qui ne croit pas que *ce qu'ils ont vu* peut aider à l'apprentissage de l'algèbre. De plus, ces deux réponses révèlent une certaine méconnaissance du programme du primaire. Il y a comme un doute dans l'esprit des étudiants maîtres de la possibilité d'un tel lien dont la méconnaissance du programme pourrait être l'une des causes.

En somme, le faible nombre d'étudiants maîtres (8/34) qui citent des contenus ayant un lien plus direct avec l'algèbre semble indiquer que le passage de l'arithmétique à l'algèbre n'est pas suffisamment clair dans l'esprit de nombreux étudiants maîtres. La notion d'inconnue, les opérations sur les nombres apparaissent comme des éléments du rapport personnels de certains futurs enseignants. Par rapport à cette question, la dimension “savoir”, autrement dit les connaissances de l'horizon du contenu (CHM) et même les connaissances curriculaires semblent être faiblement développées dans le rapport personnel des futurs enseignants. Or cette connaissance est très importante dans les tâches didactiques pour faire le lien avec les notions du secondaire et commencer à les semer chez les élèves du primaire.

<u>Question B</u>

Voici deux suites de nombres :

1, 3, 5, 7, 9, 11…
0, 6, 12, 18, 24…

Pour chaque suite, pourriez-vous expliquer dans vos mots comment, à partir d'un terme (ou nombre) quelconque, obtient-on le terme suivant?

Cet item visait à évaluer les dimensions “savoir” et “savoir-faire” du rapport personnel des futurs enseignants du primaire. Pour la première dimension, il était question de vérifier s'ils comprennent ce qui est demandé dans l'activité et pour la dimension “savoir-faire”, s'ils peuvent expliquer clairement ce qu'ils ont compris et résoudre la tâche. En occurrence, sont-ils capables de reconnaître avec quelle régularité la suite varie d'un terme quelconque au suivant, d'expliquer leur démarche pour trouver cette régularité et quel langage utilisent-ils pour l'exprimer.

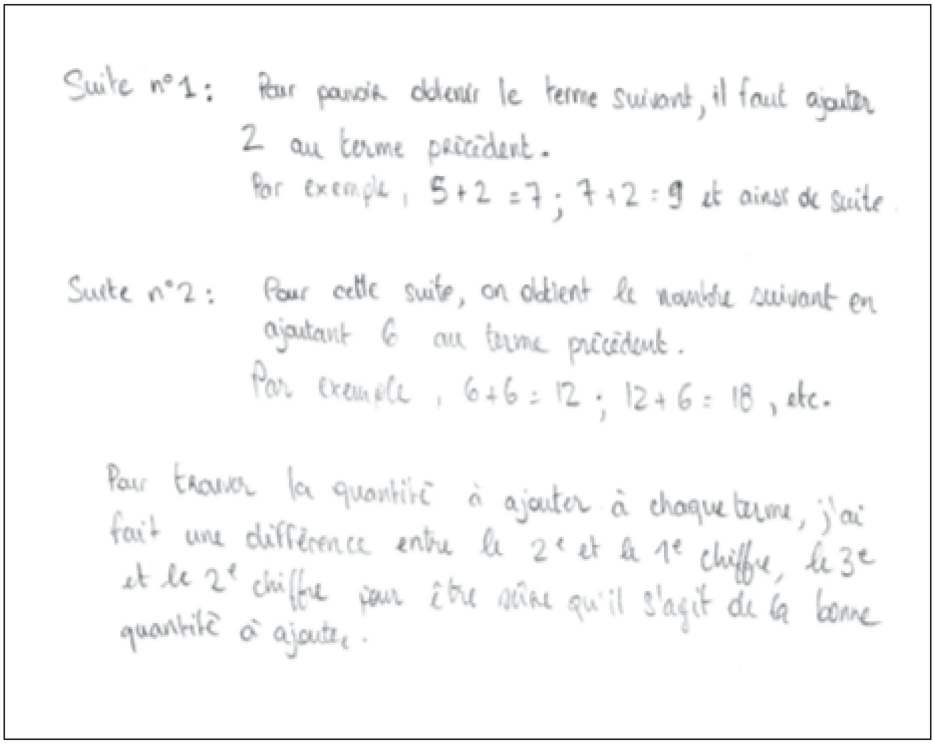
Pour cet item, les quatre groupes de réponses des étudiants maîtres sont "Régularité et Explication", "Régularité uniquement", "Autres réponses" et "Je ne sais pas comment répondre à cette question". Sont classées dans le groupe des réponses "Régularité et Explication", les productions qui fournissent une explication claire sur la démarche permettant de trouver le terme suivant sans se contenter de présenter le nombre qui constitue la régularité de la suite. Par contre, les productions qui présentent uniquement le calcul à faire tel que: « *on additionne 2 à chaque fois*, *on additionne 6 à chaque fois* » sont classées dans le groupe de réponses "Régularité uniquement". Le troisième groupe de réponses comprend des réponses erronées. Le quatrième groupe est composé de réponses qui disent "je ne sais pas comment répondre à cette question".

Les réponses des étudiants maîtres pour les quatre types de réponses sont données dans le tableau 10 ci-dessous.

Groupes de réponses	Étudiants maîtres	Nombre de réponses
Régularité et explication	EM1, EM8, EM13, EM15, EM19, EM20, EM23, EM24, EM25.	9
Régularité uniquement	EM2, EM3, EM4, EM5, EM7, EM10, EM11, EM12, EM14, EM16, EM18, EM21, EM22, EM26, EM27, EM28, EM29, EM30, EM31, EM32, EM33.	21
Autres réponses	EM6, EM9, EM17, EM34.	4
Je ne sais pas comment répondre à cette question	0	0
Total des étudiants maîtres participant à l'étude		34

Tableau 10: Réponses des étudiants maîtres à la question B.

Les étudiants maîtres qui évoquent la différence entre deux termes pour s'assurer que la régularité est toujours la même, avant d'ajouter ce nombre au terme précédent, sont un peu moins du tiers (9/34) de l'effectif total des participants. Pour ce type de réponse, celle de l'étudiant maître EM19, dans la figure ci-dessous, nous paraît être une illustration positive du groupe de réponses “Régularité et explication” même si cette réponse n'évoque pas directement l'idée de variation ou de covariation et que l'étudiant maître confond, par ailleurs, chiffre et nombre.


Suite n°1 : Pour pouvoir obtenir le terme suivant, il faut ajouter 2 au terme précédent.
Par exemple, 5+2 =7 ; 7+2 =9 et ainsi de suite.

Suite n°2 : Pour cette suite, on obtient le nombre suivant en ajoutant 6 au terme précédent.
Par exemple, 6+6 = 12 ; 12+6 = 18, etc.

Pour trouver la quantité à ajouter à chaque terme, j'ai fait une différence entre le 2e et le 1e chiffre, le 3e et le 2e chiffre pour être sûre qu'il s'agit de la bonne quantité à ajouter.

Figure 13: Réponse de l'étudiant maître EM19 à la question B.

Pour les réponses du deuxième groupe, plus de la moitié (21/34) de l'effectif des participants à l'étude optent pour l'application directe de la quantité ou du nombre qui constitue la régularité de la suite. Ils ajoutent donc directement 2 (respectivement 6) au terme précédent pour obtenir le terme suivant. La réponse de l'étudiant maître EM16 illustre parfaitement ce type de réponses.

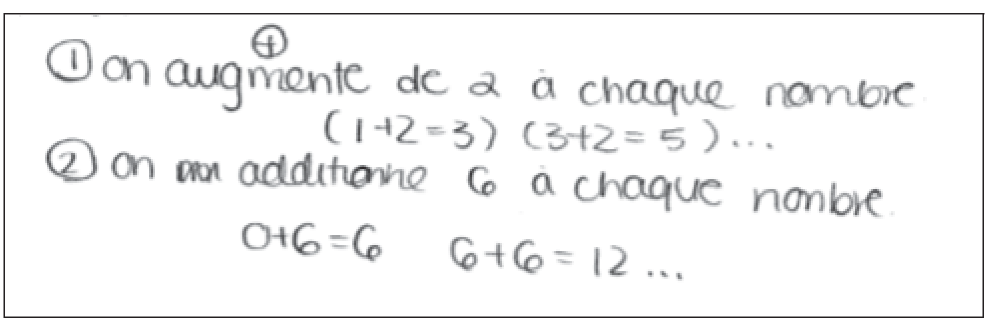
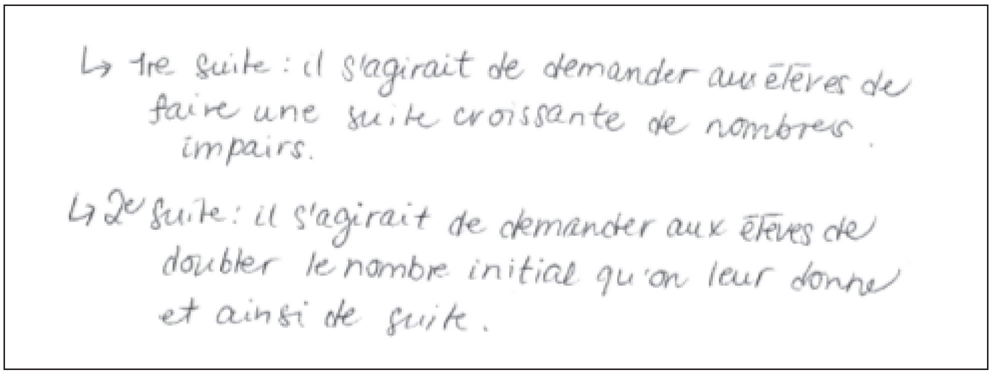

① on augmente de 2 à chaque nombre
(1+2=3) (3+2=5)...
② on additionne 6 à chaque nombre
0+6=6 6+6=12 ...

Figure 14: Réponse de l'étudiant maître EM16 à la question B.

Les productions comprenant des réponses du type “Autres réponses”, c’est-à-dire des réponses fausses, se signalent chez les participants à notre étude à hauteur d’un peu plus de 10% (4/34) de l’effectif total. Ce type de réponses est donnée par exemple par EM6 : « *Les opérations (multiplications) les nombres premiers, les nombres pairs, les nombres impairs; les additions, soustractions, les multiplications (apprendre et connaître les tables + les comprendre* » ou la réponse de EM17 (voir ci-dessous) en ce qui concerne surtout la réponse à la deuxième suite.

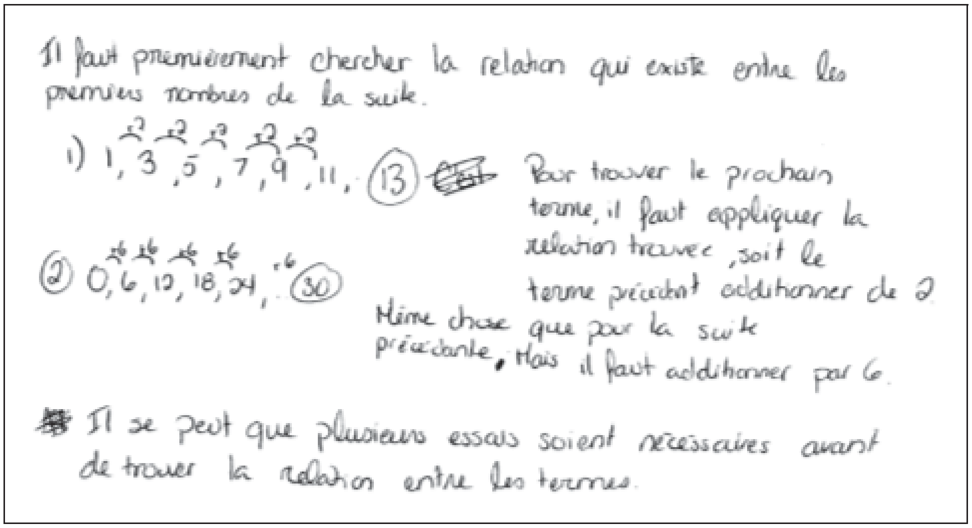

↳ 1re suite : il s'agirait de demander aux élèves de faire une suite croissante de nombres impairs.

↳ 2e suite : il s'agirait de demander aux élèves de doubler le nombre initial qu'on leur donne et ainsi de suite.

Figure 15: Réponse de l’étudiant maître EM17 à la question B.

Alors qu’il faut effectuer la tâche pour répondre à question, l’étudiant EM6 produit une liste de contenus qui ne permet pas d’aboutir à la réponse attendue. Quant à l’étudiant maître EM17, la technique qu’il propose pour la seconde suite conduit à des réponses erronées. Il semble avoir une confusion entre le fait de “doubler un nombre” et celui d’additionner deux nombres, ce qui l’empêche de remarquer la régularité de la suite. C’est ici que la technique consistant à calculer la différence entre les nombres consécutifs est plus sécurisante pour trouver la régularité.

En ce qui concerne la technologie utilisée par les étudiants maîtres pour expliquer comment on obtient les termes suivants de chaque suite, elle est très variée. Il y a dix-huit étudiants maîtres (18/34) qui utilisent l’opérateur « ajouter ou additionner » (ajouter 2, ajouter 6 ou additionner2, additionner 6). Il y a ensuite le mot « bond » (*les bonds de 2*, *les bonds de 6*) qui est utilisé par six (6/34) étudiants maîtres. Puis, il y a le mot «*régularité* » utilisé par deux étudiants maîtres (2/34) et le mot «*constante* » par un seul (1/34). Mais il y a aussi l’explication *« chercher la relation entre les nombres »* qui est donnée par un seul (1/34) étudiant maître (EM23) alors que deux (2/34) autres (EM1 et EM24) utilisent l’explication « trouver *l’écart ou différence entre deux nombres* ». La variété de technologies ou discours (θ) observée dans le langage des étudiants maîtres pourrait signifier qu'il n'y a pas une technologie qui a été semée au sein de l'institution BEPEP. Dans la figure suivante la réponse de l'étudiant maître EM23.


Il faut premièrement chercher la relation qui existe entre les premiers nombres de la suite.

+2 +2 +2 +2 +2
1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 Pour trouver le prochain terme, il faut appliquer la relation trouvée, soit le terme précédent additionner de 2

+6 +6 +6 +6 +6
2) 0, 6, 12, 18, 24, 30 Même chose que pour la suite précédante, Mais il faut additionner par 6.

Il se peut que plusieurs essais soient nécessaires avant de trouver la relation entre les termes.

Figure 16: Réponse de l'étudiant maître EM23 à la question B.

Bien qu'on y trouve aussi l'opérateur "additionner", cette réponse nous paraît très intéressante parce qu'il est d'abord question de relation existante entre les nombres. Le fait d'avoir conscience qu'il existe une relation entre les nombres pourrait être utile dans des activités cognitives plus complexes même si, comme nous le verrons par la suite, ce type de relation (la récurrence entre des termes consécutifs) peut être source de blocage pour générer une expression algébrique ou simplement une règle. Alors que la grande majorité des étudiants maîtres a tendance à utiliser l'opérateur "ajouter ou additionner" pour expliquer comment étendre une suite de nombres, un seul mentionne la *relation entre les nombres*.

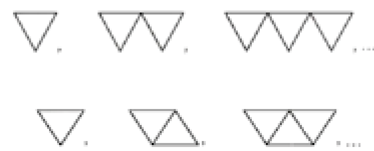
Cette activité, qui est relativement simple, ne semble pas poser des difficultés aux futurs enseignants car si on regroupe les étudiants des deux premiers groupes de réponses, ils sont trente (9 + 21) à réussir la tâche consistant à trouver le terme suivant de la suite. Cependant les réponses d'un grand nombre (21/34) des étudiants maîtres sont données presque de façon lapidaire (on ajoute 2, on ajoute 6) sans trop se soucier d'expliquer leur démarche. Cette démarche, appelée récurrence, consistant à ajouter la constante ou la régularité au terme précédent se base sur la relation entre les termes consécutifs. A propos de l'absence d'explication[12] de leurs démarches, peut-être les étudiants ont-ils trouvé la question pas suffisamment explicite ; on peut en douter puisque la question le soulignait explicitement et que par ailleurs d'autres étudiants maîtres ont expliqué leur démarche (9/34). Nous avons vu dans la section 1.2.3 du premier chapitre que les difficultés des enseignants en formation des maîtres pour le préscolaire-primaire s'observaient surtout au moment de raisonner, d'expliquer et de justifier (Lajoie & Barbeau, 2000; Morin, 2008).

En croisant les réponses des étudiants maîtres pour les questions A et B, nous remarquons que sur les 9 qui ont répondu correctement en donnant une explication à la question B, 3 (EM23, EM24 et EM25) ont cité un contenu spécifique à l'algèbre et 4 (EM1, EM15, EM19 et EM20) ont cité les nombres et les opérations dans la question A. Dans ce sens, on notera trois étudiants maîtres seulement (EM23, EM24 et EM25) qui maintiennent des réponses pertinentes et complètes à ces deux questions. Si pour cette question B, la dimension "savoir" du rapport personnel des étudiants maîtres semble ne pas poser problème, la dimension "savoir-faire" en revanche semble être lacunaire.

[12] Pour cette question et toutes les autres pour lesquelles cela s'avérait nécessaire, nous aurions dû demander de manière explicite aux étudiants maîtres de justifier aussi leurs techniques et/ou réponses.

Question C

A l'aide de bâtonnets, on construit des figures composées de triangles et on obtient des suites figurales comme dans les deux exemples ci-dessous.



Dans chaque suite:

a) Combien de bâtonnets faudra-t-il pour construire la sixième figure?

c) Quel sera la position d'une figure qui compte 21 bâtonnets?

d) Pour chaque suite figurale, pourriez-vous donner l'expression algébrique qui exprime la relation existant entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles?

L'item C visait à évaluer les dimensions "savoir" et "savoir-faire" du rapport personnel des étudiants maîtres. L'idée de cet item est de voir leur capacité d'abstraction notamment s'ils sont capables de passer d'un mode de raisonnement arithmétique à un mode de raisonnement algébrique par la généralisation qui aboutit à l'écriture d'une expression algébrique dénotant une relation fonctionnelle.

Pour cette question, les quatre groupes de réponses produites par les étudiants maîtres sont les suivantes : "Réponses pertinentes", "Réponses correctes pour a) et b)", "Autres réponses" et "Je ne sais pas comment répondre à cette question". Dans le premier groupe, il y a deux sous-groupes : les réponses correctes aux trois tâches a), b) et c) et des réponses correctes mais qui comprennent des erreurs ou des omissions. Dans le deuxième groupe, il y a aussi deux sous-groupes: soient les productions qui disent ne pas savoir répondre à la tâche c) et celles qui n'indiquent que les régularités pour chaque suite à cette même tâche c). Le troisième groupe est un mélange de réponses correctes justes pour une tâche quelconque et des réponses incorrectes. Ce groupe comprend précisément trois sous-catégories: les productions qui ont au moins une réponse correcte; celles qui trouvent au moins une expression algébrique et celles qui sont incorrectes. Dans le quatrième groupe, il y a les réponses qui déclarent *je ne* *sais pas comment répondre à cette question*. Les réponses des étudiants maîtres pour les quatre types de réponses sont données dans le tableau 11.

<table>
<tr><th colspan="2">Groupes de réponses</th><th>Étudiants maîtres</th><th>Nombre de réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Réponses pertinentes</td><td>Correctes pour a), b) et c)</td><td>EM11, EM23, EM29, EM31, EM32.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Correctes mais avec des erreurs ou incomplètes</td><td>EM1, EM6, EM14, EM19, EM22, EM33.</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Réponses correctes pour a) et b)</td><td>Ne savent pas répondre à c).</td><td>EM5, EM10, EM15, EM21, EM24, EM28.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Indiquent +3 et +2 à c)</td><td>EM17, EM25.</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Autres réponses</td><td>Au moins une réponse correcte</td><td>EM2, EM4, EM7, EM8, EM13, EM27, EM30, EM34.</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Une expression Algébrique</td><td>EM3, EM16, EM20.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Réponses incorrectes</td><td>EM9, EM12, EM26.</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Je ne sais pas comment répondre à cette question</td><td>EM18.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Total des étudiants maîtres participant à l'étude</td><td>34</td></tr>
</table>

Tableau 11: Réponses des étudiants maîtres à la question C.

Dans ce tableau, nous pouvons observer qu'il y a cinq étudiants maîtres seulement qui réussissent complétement cette activité en répondant correctement à toutes les trois tâches et ceci pour les deux suites. Parmi ce groupe de cinq, trois étudiants (EM23, EM29, EM32) identifient les variables et expriment la relation algébrique avec des symboles algébriques (lettres) tandis que deux (EM11, EM31) n'identifient pas les variables et expriment la relation avec des formes géométriques comme dans les suites. De plus, parmi ces cinq étudiants maîtres qui répondent bien à cette question, deux seulement écrivent la technique qu'ils ont suivie (EM29, EM32). Pour ce sous-groupe de réponses correctes aux trois tâches de la question, nous donnons un exemple dans la figure ci-après.

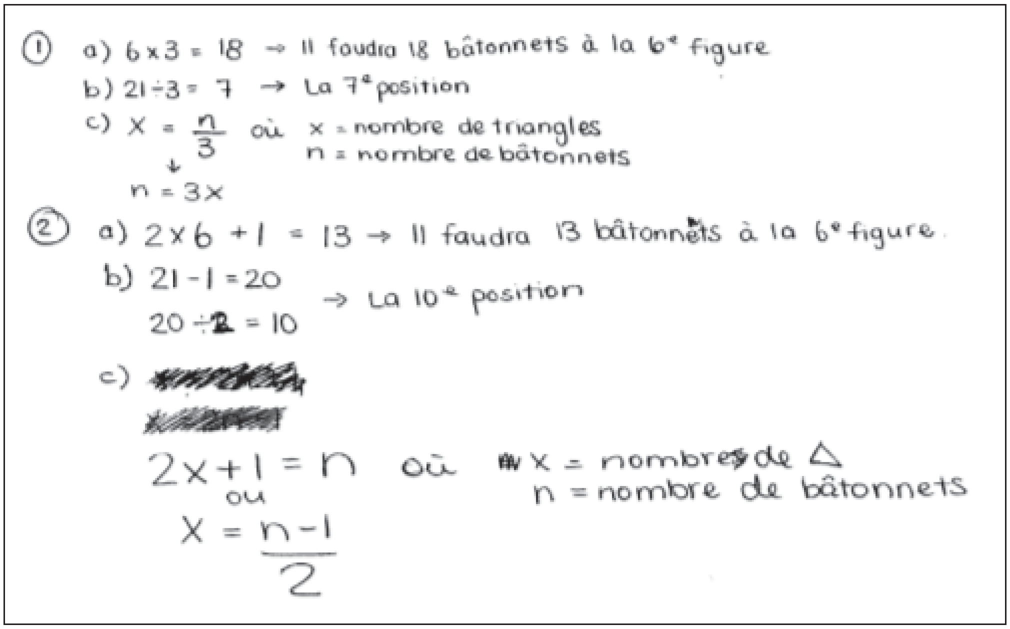
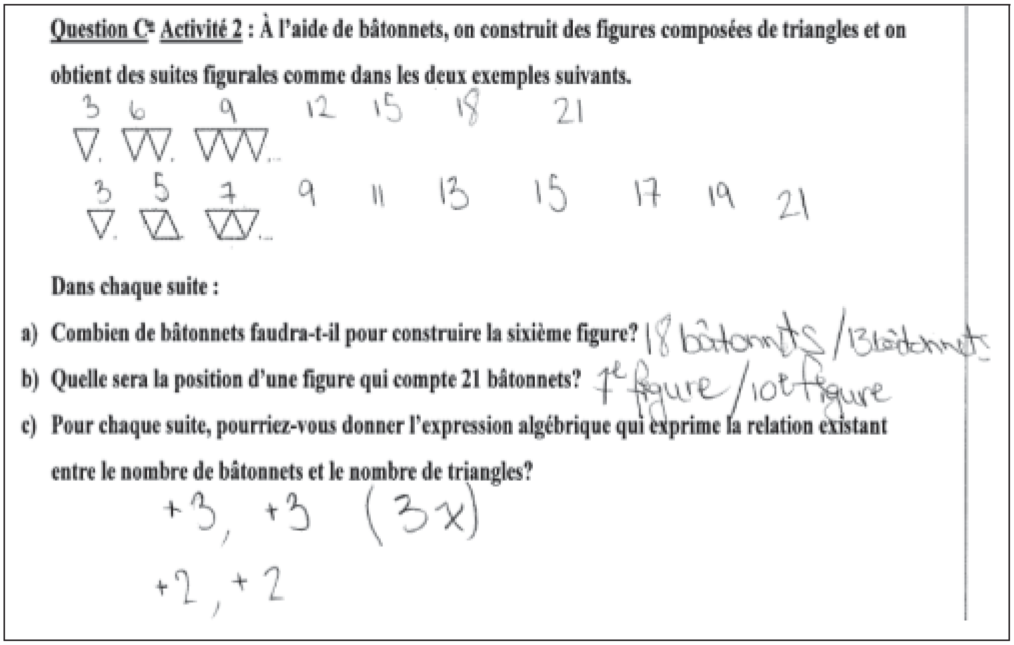

① a) 6 x 3 = 18 → Il faudra 18 bâtonnets à la 6e figure
b) 21 ÷ 3 = 7 → La 7e position
c) $x = \frac{n}{3}$ où x = nombre de triangles
n = nombre de bâtonnets
↓
n = 3x
② a) 2 x 6 + 1 = 13 → Il faudra 13 bâtonnets à la 6e figure.
b) 21 - 1 = 20
20 ÷ 2 = 10 → La 10e position
c) [illegible]
[illegible]
2x + 1 = n où x = nombres de △
ou n = nombre de bâtonnets
$x = \frac{n-1}{2}$

Figure 17: Réponse de l'étudiant maître EM32 à la question C.

Nous pouvons remarquer la technique suivie par cet étudiant maître pour trouver les réponses aux différentes tâches de la question. On peut, en effet, voir que pour trouver le nombre de bâtonnets qu'il faudra pour construire la 6e figure, EM32 effectue des opérations (la multiplication de 6 × 3 = 18, la multiplication et l'addition pour 2 × 6 + 1 = 13) qui fait ressortir la relation fonctionnelle entre les deux variables : la position de la figure et le nombre de bâtonnets. Il y a relation fonctionnelle dans ces opérations, puisque les constantes (3 et 2) multipliées par la position de n'importe quelle figure de la suite donneront le nombre de bâtonnets qui composent la figure correspondant à la position considérée. Cet étudiant maître se sert des opérations inverses à la multiplication, (la division pour 21 ÷ 3 = 7 et la soustraction puis la division pour 21− 1 = 20, 20 ÷ 2 = 10) pour trouver la position d'une figure qui compte 21 bâtonnets. La notion de relation fonctionnelle, avec deux variables, est clairement établie dans le raisonnement de l'étudiant maître EM32. Dès lors, les expressions algébriques demandées se déclinent sans trop de difficultés puisqu'il suffit simplement de remplacer les deux variables par des symboles x et y par exemple, en gardant la structure de la relation. Ainsi à partir de l'expression numérique 6 × 3 = 18, on obtient $3x = y$, tout comme l'expression numérique 2 × 6 + 1 = 13 permet d'aboutir à l'expression algébrique $2 \times x + 1 = y$. Cette technique qui fait apparaître la relation entre la position de la figure et le nombre de bâtonnets qui le composent semble plus propice pour mettre en évidence la covariation entre les deux variables. Certains étudiants maîtres, comme EM29, s'en servent juste pour les deux premières tâches ou même seulement pour la première tâche mais un seul (EM32) réussit à l'appliquer fructueusement pour les trois tâches.

Un deuxième sous-groupe de six étudiants maîtres ont des réponses correctes dans l'ensemble, mais ces réponses comportent des erreurs ou sont incomplètes. En effet, nous avons EM1 qui réussit à trouver les deux expressions algébriques mais commet des erreurs dans les deux premières réponses. L'étudiant maître EM6 ne répond pas complétement à la question b) en plus de commettre une erreur dans l'expression algébrique de la suite ($2x + 3$ au lieu de $2x + 1$). Quant aux étudiants maîtres EM14 et EM33, ils n'arrivent pas simplement à exprimer la relation algébrique de la seconde suite alors que toutes les autres réponses sont correctes (voir par exemple la figure 18 ci-dessous pour EM14). L'étudiant maître EM19 commet la même erreur que EM6 en exprimant la relation algébrique de la seconde suite par $2x + 3$ au lieu de $2x + 1$. Quant à l'étudiant maître EM22, il oublie de répondre à la question b) de l'activité mais est le seul de ce sous-groupe à donner une signification aux lettres utilisées dans ses expressions algébriques ($b = 3t$ et $b = 2t + 1$: soit b = nbre de bâtonnets, t = nbre de triangles).

Une autre technique ressort dans les productions des étudiants maîtres. Elle procède de trois principales étapes consistant souvent à identifier d'abord, soit par simple observation soit par un calcul, le nombre qui constitue la régularité de la suite, puis à ajouter (+2, +6) cette régularité au nombre de bâtonnets de la figure précédente avant finalement de déduire l'expression algébrique. Pour trouver le nombre de bâtonnets ou la position des figures, les étudiants écrivent le nombre de bâtonnets pour chaque figure dans la suite ou dessinent carrément les figures correspondantes à chaque position. Malheureusement beaucoup n'arrivent pas à déduire l'expression algébrique. Cette technique qui paraît assez empirique semble renvoyer à la technique récursive que les étudiants maîtres avaient déjà largement utilisée dans l'activité de la question B sur les suites numériques. La réponse de l'étudiant maître EM14 dans la figure 18 (page suivante) illustre cette démarche utilisée par la majorité des étudiants maîtres pour trouver les réponses aux questions de cette activité.



Question C: Activité 2 : À l'aide de bâtonnets, on construit des figures composées de triangles et on obtient des suites figurales comme dans les deux exemples suivants.

3 6 9 12 15 18 21

3 5 7 9 11 13 15 17 19 21

Dans chaque suite :

a) Combien de bâtonnets faudra-t-il pour construire la sixième figure? 18 bâtonnets / 13 bâtonnets

b) Quelle sera la position d'une figure qui compte 21 bâtonnets? 7e figure / 10e figure

c) Pour chaque suite, pourriez-vous donner l'expression algébrique qui exprime la relation existant entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles?

+3, +3 (3x)

+2, +2

Figure 18: Illustration de la technique utilisée par la majorité des étudiants maîtres pour trouver les réponses à la question C.

Dans l'analyse des réponses à la question B nous avions déjà dit que la relation entre des termes consécutifs (récurrence) pouvait être source de blocage pour générer une expression algébrique. Cette difficulté semble se vérifier dans la réponse de l'étudiant maître EM14 qui ayant pourtant produit des réponses correctes aux deux premières tâches de la question ainsi que la régularité de chaque suite n'arrive pas à donner l'expression algébrique de la seconde suite. Il semble identifier les termes et le rang comme table de valeurs, mais aurait du mal à établir le rapport de codépendance entre ces deux valeurs.

Le tableau 12 indique le nombre d'étudiants maîtres suivant la technique utilisée et le nombre de ceux dont la technique n'est pas visible.

<table>
<tr><th colspan="2">Technique utilisée</th><th>Étudiants maîtres</th><th>Nombre de réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Explicite</td><td>Avec relation algébrique</td><td>EM16, EM30, EM32.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Sans relation algébrique</td><td>EM4, EM7, EM15.</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Récursive</td><td>Avec relation algébrique</td><td>EM1, EM14, EM20, EM23, EM29.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Sans relation Algébrique</td><td>EM2, EM8, EM9, EM10, EM12, EM13, EM17, EM21, EM24, EM25, EM27, EM28, EM34.</td><td>13</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Non visible</td><td>Avec relation algébrique</td><td>EM6, EM11, EM19, EM22, EM31, EM33.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Sans relation algébrique</td><td>EM3, EM5, EM18, EM26.</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="3">Total des étudiants maîtres participant à l'étude</td><td>34</td></tr>
</table>

Tableau 12: Techniques utilisées par les étudiants maîtres pour répondre la question C.

Nous avons six étudiants maîtres qui utilisent une technique explicite dont trois arrivent à produire au moins une expression algébrique alors que les autres n'y parviennent pas. S'agissant de la technique récursive, on peut observer qu'ils sont cinq étudiants maîtres en capacité d'exprimer la relation algébrique tandis que treize ont de la difficulté à le faire. Parmi les étudiants maîtres dont la technique n'est pas visible, on trouve six qui produisent une expression algébrique contre quatre qui n'en produisent pas y compris EM18 qui n'avait pas traité la question C. La réponse de EM11 : « 1) 3×nbre de Δ et 2) 1 + 2×nbre de Δ », comme exemple de réponse des étudiants maîtres dont la technique n'est pas visible, ces étudiants maîtres s'étant contentés de donner uniquement les expressions algébriques et ne laissant aucune trace de la technique utilisée. Nous avons quand même classé EM18 dans la catégorie des étudiants maîtres dont la technique n'est pas visible pace que le fait de dire *je ne sais pas comment répondre à cette question* augure une difficulté. Finalement, les trois groupes réunis, ceux qui arrivent à produire une expression algébrique sont au nombre de quatorze ([3 + 5 + 6]/34). En revanche le nombre total des étudiants maîtres qui ne réussissent pas les tâches de généralisation est de vingt (20/34). La tâche de généralisation semble poser encore des défis aux futurs enseignants du primaire, notamment en ce qui concerne les suites figurales qui ont une régularité ne commençant pas par zéro telles que la deuxième suite de la question C.

En croisant les réponses à cette question avec celles des précédentes, parmi les cinq étudiants maîtres qui répondent correctement à cette question, quatre (EM23, EM29, EM31, EM32) avaient déjà donné des réponses pertinentes à la question A, mais seul EM23 avait trouvé les régularités à la question B en plus d'expliquer sa technique. De façon générale, s'agissant des techniques qui apparaissent dans les réponses des étudiants maîtres, la technique récursive est celle qui semble être plus utilisée par les étudiants maîtres. Si les réponses de la plupart des étudiants semblent varier en pertinence au fur et à mesure des questions, une minorité par contre semble maintenir des réponses pertinentes démontrant ainsi une certaine cohérence dans leurs rapports personnels.

Une des composantes de base de la pensée algébrique est la pensée fonctionnelle qui met l'accent sur la relation entre deux quantités variables et une telle relation facilite l'étude à la fois de l'algèbre et de la notion de fonction (Warren & Cooper, 2008). La technique qui semble faire partie du rapport personnel de la majorité des étudiants maîtres est une technique empirique consistant à dessiner les figures suivantes de la suite jusqu'à la position correspondante ou à écrire les nombres pour ensuite déterminer le nombre de bâtonnets ou la position de chaque figure. Quand il s'agit surtout des tâches de généralisation, la technique adoptée par les étudiants maîtres est celle de la différence entre les nombres de la suite. Nous avons fait le même constant dans une étude sur les manuels scolaires où nous cherchions à voir comment sont organisées les activités avec les patterns dans les manuels scolaires et quelles techniques étaient mises à la disposition des élèves pour accomplir les tâches de ces activités (Mamas Mavoungou & González-Martín, 2015). Cette étude a montré que la technique proposée était la différence entre les nombres appelée "l'arbre de différences" qui est assimilable à la technique récursive (Radford, 2008).

Dans le deuxième groupe de réponses, concernant les productions n'ayant répondu correctement qu'aux tâches a) et b) de la question de C, deux sous-groupes apparaissent aussi. Si la tâche n'est pas du tout traitée dans le premier sous-groupe, les étudiants maîtres déclarant simplement « *je ne sais pas* »; ceux du second sous-groupe par contre semblent l'avoir traitée puisqu'ils indiquent les constantes ou régularités (+3, +2) pour chaque suite. Leur difficulté semble être, comme certains étudiants maîtres exprimant les expressions algébriques avec les formes géométriques (3Δ et 2Δ + 1) dans le groupe des réponses correctes, l'utilisation des lettres pour symboliser la notation algébrique. Une difficulté que Zaskis et Liljedahl (2002, cités par Yeşildere İmre & Akkoç, 2012) avaient déjà constaté chez des futurs enseignants du primaire indiquant l'absence de notation algébrique dans leurs tentatives de généralisation des suites.

Au regard du nombre très important (23/34) d'étudiants maîtres qui échouent dans la tâche demandant d'exprimer une expression algébrique qui indique la relation entre deux quantités et comment la variation de l'une entraîne la variation de l'autre , il semble que les étudiants maîtres ne perçoivent pas suffisamment la notion de covariation impliquée dans cette relation. La dimension "savoir-faire", nécessaire pour les tâches didactiques d'enseignement reste encore à développer dans le rapport personnel des futurs enseignants du primaire.

Question D

Pourriez-vous citer ou décrire dans vos propres mots les notions mathématiques qui sont mises en jeu dans les activités 1 (question B) et 2 (question C)?

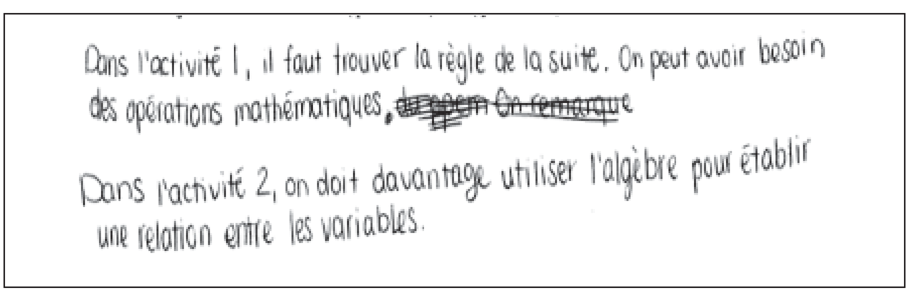
Cet item visait à évaluer les dimensions "savoir" et "savoir-faire" du rapport personnel des futurs maîtres en essayant maintenant de voir s'ils sont capables d'évoquer des idées ou des notions pouvant faire allusion aux notions de variation, covariation, dépendance ou de relation fonctionnelle. Autrement dit, comment ces notions sont-elles présentes, le cas échéant, dans leurs rapports personnels?

Nous avons désigné les quatre groupes de réponses des étudiants maîtres, pour cette question, respectivement par : "Variable-Inconnue-Relation", "Régularités", "Autres réponses" et "Je ne sais pas comment répondre à cette question". Dans le premier groupe, il y a les productions dans lesquelles on retrouve, parmi les notions mentionnées, les notions de variable, d'inconnue, de terme manquant et de relation ou règle. On trouve dans le deuxième groupe, des réponses dans lesquelles les notions de régularités, de suite logique, suite ou série de nombres, suites géométriques apparaissent. Le troisième groupe est formé de réponses qui ne sont pas explicites, c'est-à-dire permettant d'y voir un lien avec les notions de variation, covariation ou fonction. Le quatrième groupe de réponses est composé de réponses qui disent "je ne sais pas comment répondre à cette question". Les réponses des étudiants maîtres pour les quatre groupes de réponses sont données dans le tableau 13.

Groupes de réponses	Étudiants maîtres	Nombre de réponses
Variable-Inconnue-Relation	EM10, EM24, EM28, EM29, EM32.	5
Régularités	EM1, EM5, EM8, EM9, EM12, EM14, EM15, EM17, EM18, EM19, EM20, EM23, EM25, EM26, EM27, EM33, EM34.	17
Autres réponses	EM2, EM3, EM6, EM13, EM30, EM31.	6
Je ne sais pas comment répondre à cette question	EM4, EM7, EM11, EM116, EM21, EM22.	6
Total des étudiants maîtres participant à l'étude		34

Tableau 13: Réponses des étudiants maîtres à la question D.

Ce qui ressort dans ce tableau, c'est qu'il y a seulement cinq (5/34) étudiants maîtres qui sont capables de discerner de façon explicite dans les activités proposées des notions qui évoquent une variation, covariation ou une dépendance. Les notions pertinentes qui apparaissent dans les réponses de ces cinq étudiants maîtres sont respectivement la notion de valeur manquante chez EM10, celle de *règle* chez EM24, d'inconnue pour EM28qui parle de *trouver x* alors que EM29 souligne les notions d'*inconnues et des relations entre ces inconnues*. À la différence de la réponse de EM29, celle de EM32 que nous présentons dans la figure 19 ci-dessous, a le mérite d'être plus explicite car on parle de *relation entre les variables*.

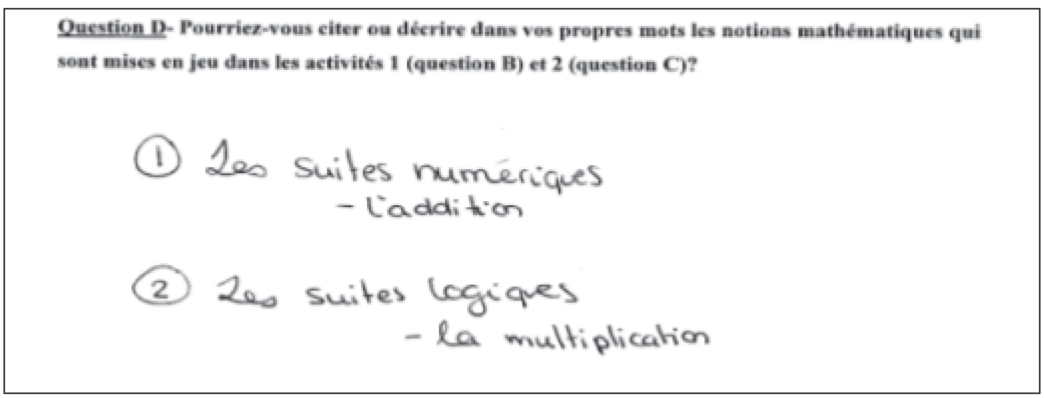

Dans l'activité 1, il faut trouver la règle de la suite. On peut avoir besoin des opérations mathématiques, ~~On remarque~~

Dans l'activité 2, on doit davantage utiliser l'algèbre pour établir une relation entre les variables.

Figure 19: Réponse de l'étudiant maître EM32 à la question D.

Nous pouvons constater, en effet, dans cette réponse qu'en plus de la notion de règle, il y a surtout la présence des notions de variables et de relations. La notion d'inconnue peut parfois avoir une signification de variable, ce qui évoquerait la notion de variation. En effet, nous pouvons parler de variation lorsqu'il y a un changement de valeurs par une variable, ainsi que de covariation lorsque deux variables sont en relation.

Le tableau 13 ci-dessus nous permet aussi de constater que la moitié (17/34) des étudiants maîtres souligne la notion de *régularité* pour faire allusion aux notions de variation et covariation. Mais dans ce groupe de réponses citant les régularités, c'est surtout la notion de *suite* ou *série de nombres* qui est largement dominante. Elle est présente dans les réponses de 12 étudiants maîtres alors que la notion de *suite logique* est donnée dans les réponses de trois étudiants dont deux seulement citent simultanément les *suites de nombres* et les suites logiques (EM20). Pour illustrer les réponses qui citent simultanément les deux types de suite, nous donnons en exemple la réponse de l'étudiant maître EM20 dans la figure 20 ci-dessous.


Question D- Pourriez-vous citer ou décrire dans vos propres mots les notions mathématiques qui sont mises en jeu dans les activités 1 (question B) et 2 (question C)?

1 Les suites numériques
- l'addition

2 Les suites logiques
- la multiplication

Figure 20: Réponse de l'étudiant maître EM20 à la question D.

En regardant bien cette réponse, s'il paraît clair que les suites numériques font référence aux suites avec les nombres, par contre il semble que EM20 associe les suites logiques aux suites avec des figures ou autres que les nombres. Ce qui exclurait les suites numériques de l'ensemble des suites logiques. On voit aussi que cet étudiant associe à chaque type de suite une opération spécifique, l'addition pour les suites numériques et la multiplication pour les suites figurales. Nous avons observé dans les réponses de quinze étudiants maîtres cette séparation qui est faite entre les deux types de suites. Il semble que les étudiants maitres soient plus familiers avec les *suites de nombres* qu'avec les suites figurales ou patterns en plus d'établir une dichotomie entre les deux types de suites en associant les premières à l'arithmétique et les secondes à l'algèbre. Cette conception des suites peut être source de blocage dans les tâches concernant les suites figurales. Et comme selon certains étudiants maîtres, tel qu'ils l'ont d'ailleurs souligné dans leurs réponses, l'algèbre ne s'enseigne pas au primaire, il est à craindre que les activités avec les suites figurales, qui semblent absentes de leurs rapports personnels, ne soient pas développées par ces futurs enseignants.

Il semble y avoir une certaine confusion au sujet de la compréhension de la notion de suite logique chez certains étudiants maîtres qui l'assimilent aux suites figurales ou patterns, établissant ainsi une dichotomie entre suites numériques/addition et suites figurales/multiplication. Les futurs enseignants doivent être en mesure de tirer parti de leur connaissance dans les tâches didactiques, ce qui leur permettra d'apprécier la compréhension des élèves (Barton & Sheryn, 2009). Or les enseignants ayant de faibles niveaux de connaissances des notions mathématiques peuvent éprouver un faible niveau correspondant de confiance dans les tâches didactiques, ce qui peut influer sur l'engagement et l'apprentissage des élèves.

Question E

Avez-vous travaillé le genre d'activités 1 (question B) et 2 (question C) pendant votre programme de formation initiale de futurs maîtres (BEPEP)? Si oui, dans quel cours et pendant combien de temps?

Cet item visait à évaluer la dimension "attitude" du rapport personnel des futurs maîtres en essayant de voir s'ils ont pu avoir une expérience avec de telles activités au cours de leur formation et quelle est, éventuellement, l'ampleur de cette expérience.

Les quatre groupes de réponses qui se dégagent sont les suivants : "Oui", "Non", "Autres réponses" et "Je ne sais pas". Les réponses du premier groupe qui répondent "Oui" sont de plus réparties en deux sous-groupes : celles qui sont sûres d'avoir vues les activités avec les régularités au cours de la formation et celles qui expriment en même temps une certaine incertitude. Les réponses des étudiants maîtres, pour les quatre groupes de réponses, sont données dans le tableau 14.

Réponses		Cours	Étudiants maîtres	Nombres de réponses
Oui	Avec certitude	DID1000	EM4, EM11, EM18, EM23.	4
		DID1204 et DID2204	EM6, EM16, EM25, EM27, EM32.	5
		DID4213	EM20, EM28, EM33.	3
	Avec incertitude	DID1000	EM19, EM29.	2
		DID1204 et DID2204		0
		DID4213		0
	Ne précisent pas		EM3, EM9, EM12, EM14, EM15.	5
Non			EM1, EM2, EM5, EM8, EM10, EM13, EM17,EM21, EM22, EM24, EM26, EM34.	12
Autres réponses			EM7, EM30.	2
Je ne sais pas			EM31.	1
Total des étudiants maîtres participant à l'étude				34

Tableau 14: Réponses des étudiants maîtres à la question E.

Nous pouvons voir à travers ce tableau que la majorité des étudiants maîtres reconnaissent ou se souviennent avoir vu des activités sur les régularités. Cette majorité représente plus de la moitié (19/34) de l'effectif total des participants à l'étude. Quant à savoir dans quels cours ce genre d'activités a été travaillé, quatre cours sur les six au programme de formation sont cités. Soient les cours DID1000 Notions mathématiques au primaire, DID1204 Didactique de l'arithmétique 1, DID2204 Didactique de l'arithmétique 2 et DID4213 Didactique des mathématiques. Pour le cours DID1000 Notions mathématiques au primaire, majoritairement cité (6 sur 14), quatre étudiants maîtres le citent de manière certaine alors que deux autres ne sont pas totalement sûrs. Tous les quatre étudiants maîtres qui sont sûrs d'avoir vu ces activités dans le cours DID1000 Notions mathématiques au primaire ont répondu correctement à la question B mais seuls deux (EM11 et EM23) ont résolu correctement la question C, Concernant l'incertitude des réponses sur le cours DID1000, les deux étudiants maîtres ont bien répondu à la question B mais seul EM29 a résolu correctement la question C (Figure 21); la réponse de EM19 est presque correcte. Les cours DID1204 et DID2204 sont conjointement cités par 5 étudiants maîtres tous certains et le cours DID4213 est cité par trois étudiants maîtres, tous également certains.

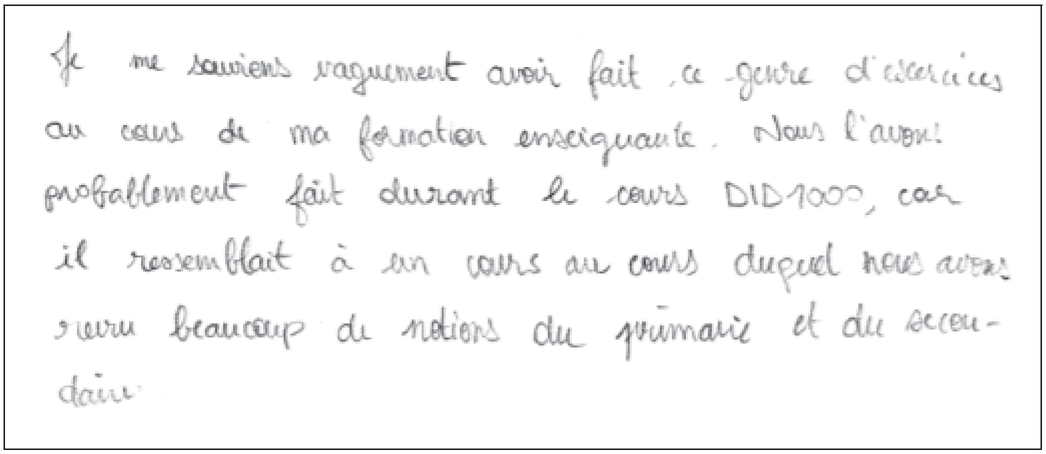

Je me souviens vaguement avoir fait ce genre d'exercices au cours de ma formation enseignante. Nous l'avons probablement fait durant le cours DID1000, car il ressemblait à un cours au cours duquel nous avons revu beaucoup de notions du primaire et du secondaire.

Figure 21: Réponse de l'étudiant maître EM29 à la question E.

Sur l'incertitude d'avoir vu les activités avec les régularités dans le cours DID1000, on peut remarquer certains mots utilisés par EM29, notamment les adverbes *vaguement* et *probablement*. L'utilisation du mot vaguement est indicatrice de la brièveté du temps qui a été consacré aux activités sur les régularités puisque d'autres étudiants maîtres parlent de : *un peu*, ou encore de *très brièvement* comme dans la réponse de la figure 22 ci-dessous. En utilisant le mot *probablement*, EM29 n'est pas sûr de manière formelle que ce soit bien dans ce cours DID1000 Notions mathématiques au primaire dans lequel les activités avec les régularités ont été présentées aux étudiants maîtres.

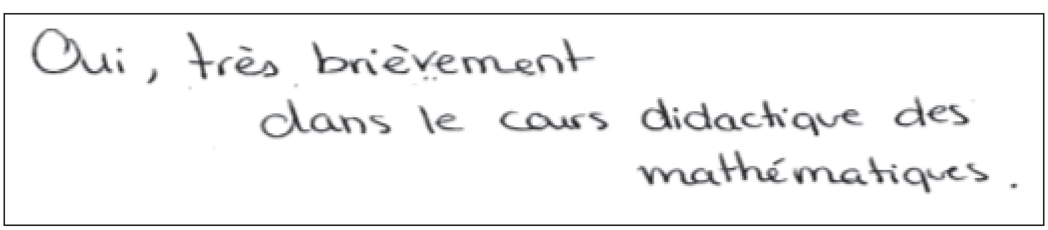
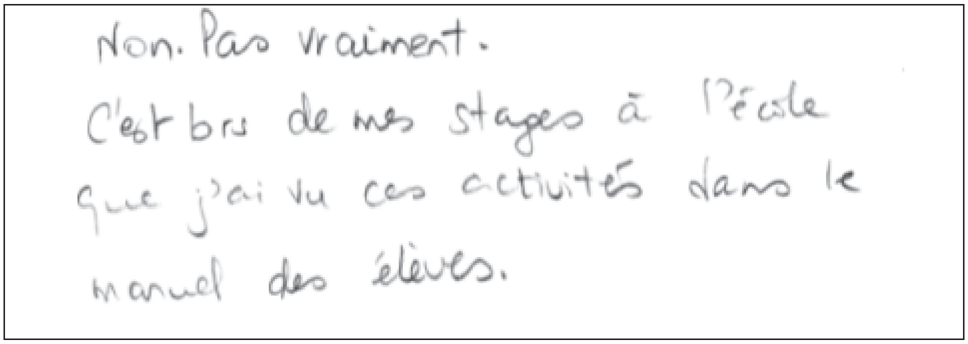

Oui, très brièvement dans le cours didactique des mathématiques.

Figure 22: Réponse de l'étudiant maître EM20 à la question E.

Pour les étudiants maîtres qui précisent le temps consacré à ce type d'activités, les réponses sont variables et indiquent toujours moins de six heures.. Par exemple, EM23 parle de « *moins de 6 heures* », EM25 évoque « *1 cours ou 2* », EM27 dit « *Pendant 2 à 3 cours* » ou encore EM32 qui parle « *moins de 3 de heures* ». Cette grande variabilité dénote des contradictions dans les réponses des étudiants maîtres. Nous avons aussi noté des précisions importantes dans les réponses de certains étudiants maîtres ayant répondu "oui" à cette question. Tout d'abord sur la nature des régularités vues au cours de la formation. Ils font remarquer que ce sont les suites numériques qui ont été vues et pas les suites figurales. Sur l'objectif qui aurait pu être développé autour des activités avec les régularités des suites numériques ensuite, nous trouvons des réponses comme :

> EM12 : « *Les suites numériques ont été montrées comme exemples dans les manuels scolaires*, *non comme notion d'enseignement.* » ou encore :
>
> EM29 : « *Il me semble que la question B oui. Dans le cadre du cours sur la mise à niveau mathématique*. »

Alors que les situations d'apprentissage telles que prévues par le PFÉQ-PP ont pour objectif « *d'observer et de décrire diverses régularités* » conduisant ainsi les élèves « *à ajouter des termes à une suite* » et « *énoncer des règles* » (MELS, 2009, p. 11) et que le cours DID4213 Didactique des mathématiques vise à développer chez les futurs enseignants du primaire « *une compréhension plus fine des contenus plus avancés du primaire* », l'institution BEPEP ne semble pas mettre en œuvre ces objectifs dans la formation effective des étudiants maîtres en ce qui concerne les suites. Il est à noter que le nombre des étudiants maîtres qui répondent "non" n'est pas négligeable (12/34) par rapport à ceux qui répondent "oui " (19/34). Nous avons mentionné dans la figure 23 ci-dessous la réponse de l'étudiant maître EM2 pour illustrer les réponses des étudiants maîtres qui répondent "non".



Non. Pas vraiment.
C'est lors de mes stages à l'école
que j'ai vu ces activités dans le
manuel des élèves.

Figure 23: Réponse de l'étudiant maître EM2 à la question E.

En analysant les plans de cours cadre, nous avons effectivement vu que c'est dans les quatre cours (DID1000, DID1204, DID2204 et DID4203) cités par les étudiants maîtres que des éléments liés aux notions de variation et covariation pouvaient possiblement être travaillés. En nous intéressant à ces cours, le cours DID1000 qui est le seul supposé de développer les connaissances mathématiques des étudiants maîtres est décrit comme un cours de mise à niveau. Selon le PCC, ce cours est un simple *retour sur les notions de base afin de questionner et d'expliciter leur fonctionnement*, ce qui pourrait dire que la conception ou la construction de ces notions n'est pas prévue. Les étudiants maîtres ayant des lacunes avec les régularités par exemple n'ont pas donc d'occasion pour les combler.

Si cette hypothèse se confirme, en revanche le cours DID4213 Didactique des mathématiques dans lequel les "régularités" et le mot "pré-algèbre" étaient clairement mentionnés parmi les contenus, les étudiants maîtres semblent avoir plus de mal à se souvenir de les avoir travaillé dans ce cours. Le deux cours DID1000 et DID4213 ont été vus dès la première année de formation, à la différence que DID1000 a été vu à la première session et DID4213 à la deuxième session. La difficulté des étudiants maîtres à se souvenir d'avoir vu les régularités dans ce cours pourrait être liée à la brièveté de l'activité mais aussi au fait qu'il ne s'agissait que de leur montrer des exemples d'activités dans les manuels scolaires. Ce cours qui a pour objectif, entre autre, de « *développer une compréhension plus fine des contenus plus avancés du primaire* » (PCP) chez les étudiants maîtres pour leurs futures pratiques professionnelles n'aurait pas suffisamment porté d'attention aux régularités.

Finalement, si on s'en tient à la majorité des étudiants maîtres qui répondent "oui" à cette question, les régularités ont été vues dans les quatre cours et tout au long du parcours de formation. Mais il y a de contradictions dans les réponses des étudiants maitres qui disent avoir vu les suites, notamment en ce qui concerne le temps du cours. Pourtant, très peu ont été en mesure de répondre correctement à la question C. Dans ces conditions, la dimension "attitude” du rapport personnel des étudiants maîtres avec les objets variation et covariation, que cet item évaluait, pourrait ne pas être assez développée.

Question F

Selon vous, le genre d'activités 1 (question B) et 2 (question C) pourrait permettre de préparer les élèves de l'école primaire à l'apprentissage de quelles notions de l'algèbre au secondaire? Expliquez.

Cet item visait à évaluer les dimensions "savoir", "savoir-faire" et "attitude" des étudiants maîtres en regardant s'ils sont portés à identifier dans ces activités des liens avec la notion de fonction et si oui à quoi se réfèrent-ils pour évoquer ce lien en plus de voir comment ils le justifient. L'analyse des productions des étudiants maîtres à cette question nous a permis de les classer en quatre groupes à savoir : "Notion de fonction", "Notion d'équation", "Autres réponses", "Je ne sais pas comment répondre à cette question". Dans le premier groupe de réponses, nous avons classé les productions qui citent la notion de fonction ou des notions qui ont un lien direct avec les fonctions telles que les notions de variable, courbe ou droite, graphique, plan cartésien mais aussi celle de relation ou règle. Dans le deuxième groupe, il y a les productions dont les réponses citent la notion d'équation, les équations algébriques et le symbole « = » ou la notion d'équivalence. Dans le troisième groupe, nous y avons mis les productions dont les réponses ne font référence ni aux fonctions ni aux équations et le quatrième groupe de réponses regroupe les productions qui déclarent « *je ne sais pas comment répondre à cette question* » ou une idée proche. Les réponses des étudiants maîtres, pour les quatre groupes de réponses, sont données dans le tableau 15.

<table>
<tr><th colspan="2">Niveaux de réponses</th><th>Étudiants maîtres</th><th>Nombre de réponses</th></tr>
<tr><td colspan="2">Notion de fonction</td><td>EM9, EM12, EM22, EM29, EM31.</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Notion d’équation</td><td>Équivalence et symbole « = »</td><td>EM7, EM14, EM23, EM32.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Inconnue</td><td>EM10, EM27, EM30.</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Autres réponses</td><td>EM1, EM2, EM6, EM8, EM11, EM13, EM16, EM25, EM26, EM34.</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Je ne sais pas comment répondre à cette question</td><td>EM3, EM4, EM5, EM15, EM17, EM18, EM19, EM20, EM21, EM24, EM28, EM33.</td><td>12</td></tr>
<tr><td colspan="3">Total des étudiants maîtres participant à l’étude</td><td>34</td></tr>
</table>

Tableau 15: Réponses des étudiants maîtres à la question F.

Ce tableau nous permet d’observer que seulement cinq étudiants maîtres (EM9, EM12, EM22, EM29, EM31) citent la notion de fonction ou des notions qui lui sont directement liées. Seulement deux d'entre eux (EM29, EM31) ont réussi les trois tâches de la question C et leurs réponses à la question E étaient “oui” (dans DID1000, pour EM29) et “Je ne sais pas comment répondre à cette question” (pour EM31). En revanche, aucun des étudiants maîtres citant la notion de fonction ne fournit d’explication pour justifier le lien qu’il fait entre les activités avec les régularités des suites et la notion de fonction. Voici deux exemples de ce type de réponses données respectivement par l’étudiant maître EM31: « *oui*, *car l’inconnu change de position alors les enfants doivent trouver la règle permettant de trouver l’inconnu peu importe sa position*. *C’est la base de l’algèbre*» et EM29 dans la figure 24 ci-dessous.

- la notion de l'inconnu
- faire le lien avec l'étude de courbes dans un graphique (les fonctions)

Figure 24: Réponse de l’étudiant maître EM29 à la question F.

Ceux qui citent la notion d’équation ne sont pas plus nombreux, étant seulement au nombre de sept (EM7, EM10, EM14, EM23, EM27, EM30, EM32). On peut noter qu’un peu plus du tiers

(12/34) de l'effectif des étudiants maîtres participant à cette recherche déclarent ne pas savoir comment répondre à cette question alors qu'un peu moins du tiers (10/34) donne des réponses sans lien (dans l'esprit de cette recherche) avec la notion de fonction ni encore moins avec celle d'équation. À noter que contrairement à la question A qui est plus ouverte, la question F est plutôt fermée ciblant spécifiquement la notion de fonction, nombreux sont les étudiants qui citent à nouveau les nombres et les opérations.

On peut remarquer que plusieurs étudiants maîtres qui avaient bien répondu à la question B se retrouvent, concernant la question F, soit dans la catégorie "Autres réponses" (EM8, EM13, EM25), soit dans la catégorie "*Je ne sais pas comment répondre à cette question*" (EM15, EM19, EM20, EM24); seul EM23 arrive à faire le lien avec la notion d'équation. Parmi les cinq étudiants qui avaient répondu correctement à la question C, deux (EM29 et EM31) font le lien avec la notion de fonction et deux autres (EM23 et EM32) plutôt avec la notion d'équation. Deux étudiants maîtres qui avaient répondu presque correctement à la question C se retrouvent dans la catégorie "Autres réponses" (EM1 et EM6) et autant dans la catégorie "*Je ne sais pas comment répondre à cette question*" (EM4 et EM33); un seul (EM22) souligne la notion de fonction et un autre (EM14) aussi cite la notion d'équation. La variabilité des performances montre que les étudiants maîtres qui résolvent bien les tâches mathématiques ne réussissent pas nécessairement aussi les tâches didactiques et inversement. Les futurs enseignants du primaire participant à cette recherche semblent présenter des lacunes et faiblesses aussi bien dans leurs connaissances mathématiques ou connaissances du contenu de la matière (SMCK) que dans leurs connaissances didactiques du contenu (PCK). Rappelons que les connaissances du contenu de la matière (SMCK) font référence à la compréhension d'un contenu et à sa connaissance *per se* alors que les connaissances didactiques (PCK) englobent les explications, démonstrations, formes de représentations, exemples que peut utiliser un enseignant pour rendre le contenu compréhensible à ses élèves (Ball et al., 2008; Shulman, 1986).

La réponse de l'étudiant EM21 a attiré notre attention. Non seulement cet étudiant maître déclare ne pas savoir comment répondre à cette question, mais exprime en plus son inquiétude sur sa capacité véritable à enseigner les mathématiques. Même si une telle inquiétude peut aussi être exprimée concernant d'autres matières scolaires, il reste que les mathématiques ont la capacité de provoquer l'anxiété chez certains apprenants (Lafortune & Pons, 2004; Lajoie & Barbeau, 2000). Cette inquiétude rejoint le doute que nous avons exprimé (section 4.2.1, p. 80) sur la capacité de l'institution BEPEP à favoriser chez les futurs enseignants du primaire un rapport personnel propice à un enseignement efficace des mathématiques au vu du nombre de crédits alloué pour la formation à l'enseignement des mathématiques.

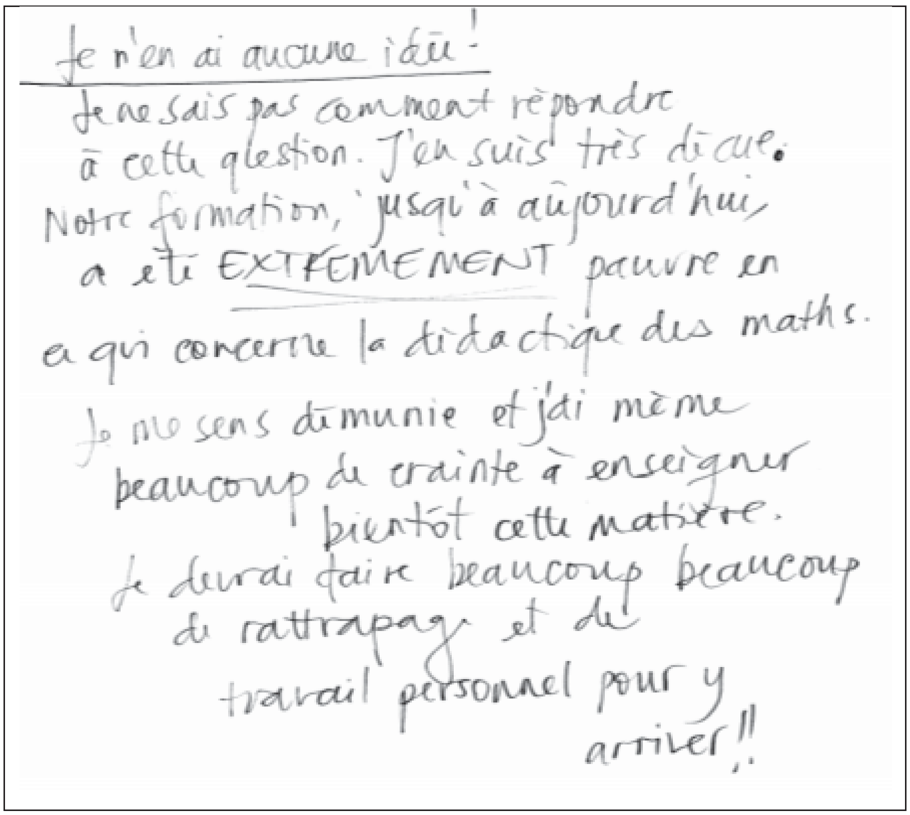

Je n'en ai aucune idée!
Je ne sais pas comment répondre à cette qestion. J'en suis très déçue.
Notre formation, jusqu'à aujourd'hui, a été EXTREMEMENT pauvre en ce qui concerne la didactique des maths.
Je me sens démunie et j'ai même beaucoup de crainte à enseigner bientôt cette matière.
Je devrai faire beaucoup beaucoup de rattrapage et de travail personnel pour y arriver!!

Figure 25: Réponse de l'étudiant maître EM21 à la question F.

La recherche a déjà souligné que les activités avec les régularités de suites de nombres ou de patterns permettent de découvrir la notion d'inconnue comme variable (Carpenter & Franke, 2001; Moss & McNab, 2011; Radford, 2012; Warren, 2005). Il se pourrait que ce soit ce sens que certains étudiants maîtres attribuent à la notion d'inconnue dans leurs réponses, ce qui pourrait produire des difficultés par l'appréhension de la notion de variation. Les entrevues aideront certainement à voir plus clair sur cet aspect. L'approche utilisant les régularités avec les suites de nombres ou les patterns peut, en outre, faire prendre conscience aux élèves d'un changement ou d'une évolution simultanée (covariation) et la dépendance entre des quantités, en plus de générer une expression algébrique. Ces notions variation, covariation et dépendance sont des éléments fondamentaux conduisant à la notion de fonction comme une relation entre des quantités variables (Carlson, 1998; Ellis, 2011; Hitt & González-Martín, 2015 ; Thompson & Carlson, à paraître). Nous allons maintenant décrire dans la sous-section 4.3.3 les conditions dans lesquelles les entrevues ont été réalisées.

4.3.3 Analyse des données issues des entrevues

Parmi les trente-quatre futurs enseignants du primaire qui ont complété le questionnaire, cinq seulement ont indiqué être disponibles pour une entrevue : soient les étudiants maîtres EM20, EM21, EM22, EM29 et EM32. Finalement c'est avec trois étudiants maîtres que nous avons mené une entrevue, soient les étudiants maîtres EM22, EM29 et EM32, les deux autres (EM20, EM21) n'ayant plus pu se rendre disponibles. Comme l'entrevue était individuelle, le moment du déroulement de l'entrevue était différent pour chacun des trois participants. Pour chaque participant, une seule entrevue a eu lieu et ils ont tous choisi de le faire après une séance du cours DID3204 Didactique de la géométrie. La première entrevue a servi de test pour la validation du protocole d'entrevue. Ainsi, le temps prévu pour l'entrevue était d'une heure.

Le protocole d'entrevue a été construit en fonction de nos deux derniers objectifs spécifiques de recherche, O2 et O3, sur les rapports personnels des futurs enseignants du primaire ainsi que sur la composante institutionnelle de ce rapport personnel. Nous avons aussi inclus des questions liées au cheminement des futurs enseignants afin d'avoir une idée sur leur expérience avec les mathématiques. Chacune des questions du protocole d'entrevue est liée à une ou deux des trois dimensions "savoir", "savoir-faire" et "attitude", retenues dans cette recherche comme dimensions du rapport personnel des futurs enseignants du primaire

Nous avons cherché dans un premier temps à faire ressortir principalement les caractères propres de chaque étudiant maître d'une part et certaines régularités d'autre part. Nous donnons quelques éléments de ces caractères que nous avons décelés. Pour chaque entrevue, nous avons effectué une analyse thématique dans laquelle ce n'est pas l'organisation ou le style du discours qui sont privilégiés, mais la sémantique, autrement dit le contenu exprimé en relation avec nos objectifs spécifiques de recherche O2 et O3. Il nous a toutefois paru intéressant de compléter cette analyse par quelques éléments d'observation de la forme du discours lui-même, basé sur différents indicateurs discursifs (fréquence, récurrence de certaines expressions, le style, …). Ce type d'analyse permet notamment d'avoir des éléments sur l'importance de certains thèmes et leur place dans les rapports personnels des futurs enseignants. Il nous a paru parfois nécessaire de citer de longs extraits qui sont assez significatifs. Tous les trois étudiants maîtres ayant passé l'entrevue[13] ont la caractéristique d'avoir complété une formation collégiale et ont commencé ou fini des études dans d'autres domaines avant d'entrer dans le programme du BEPEP. Le premier EM22, a suivi, après ses études collégiales, une formation en psychologie sanctionnée par un certificat dans ce domaine. Le deuxième EM29, a un baccalauréat en ressources humaines et a exercé un emploi pendant quelques temps. Le troisième EM32, s'était inscrit à un moment donné au programme en Hautes Études Commerciales (HEC) mais n'avait pu suivre le programme à cause de problèmes familiaux. Tous les trois disent n'avoir pas trouvé le questionnaire difficile et revendiquent une grande affection pour les mathématiques. C'est avec assurance et dans des termes forts qu'ils expriment cette affection pour les mathématiques:

> EM22 « *<u>Oui</u>, j'ai toujours aimé les mathématiques* […]. *Mon père est professeur de mathématiques au secondaire. Chez moi les maths a toujours fait partie du quotidien* »,
>
> EM29 : « *J'ai une bonne relation* […] *avec les mathématiques. Donc j'ai pas peur* »,
>
> EM32 : « *Mon amour des mathématiques a commencé en secondaire 2* […]*, j'en mangeais quand je faisais mes devoirs* ».

Pour mieux situer les étudiants maîtres interviewés, nous présentons dans le tableau ci-dessous un récapitulatif de leurs différentes réponses au questionnaire.

[13] Les verbatim pour chaque entrevue se trouvent dans les annexes 4, 5 et 6.

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th colspan="3">Étudiants maîtres</th></tr>
<tr><td colspan="2">Questions</td><td>EM22</td><td>EM29</td><td>EM32</td></tr>
<tr><td colspan="2">Question A</td><td>A évoqué les opérations sur les nombres (le concept de nombre).</td><td>A évoqué une notion spécifique à l’algébrique (information manquante).</td><td>A évoqué une notion spécifique à l’algébrique (terme manquant).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Question B</td><td>Ajouter 2,
Ajouter 6</td><td>+2,
+6</td><td>+2,
+6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Question C</td><td>Tâches</td><td>Réponses correctes aux tâches a) et c). Tâche b) non traitée.</td><td>Réponses correctes à toutes les tâches.</td><td>Réponses correctes à toutes les tâches.</td></tr>
<tr><td>Technique utilisée</td><td>Non visible</td><td>Récursive puis explicite</td><td>Explicite</td></tr>
<tr><td colspan="2">Question D</td><td>A dit ne pas savoir comment répondre à cette question sans le programme du primaire.</td><td>A évoqué une relation mathématique entre les inconnues.</td><td>A évoqué une relation entre les variables.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Question E</td><td>A dit n’avoir pas vu les activités sur les régularités pendant la formation.</td><td>Pense avoir vu les suites de nombres très brièvement dans DID1000 mais pas les suites figurales.</td><td>A dit en avoir vu dans DID1204 et DID2204 pendant moins de 3h.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Question F</td><td>A évoqué la notion de fonction (relation entre les nombres)</td><td>A évoqué la notion de fonction</td><td>A évoqué la notion d’équation</td></tr>
</table>

Tableau 16: Récapitulatif des réponses au questionnaire des étudiants maîtres interviewés.

De façon générale, ces trois étudiants maîtres ont maintenu des réponses plus ou moins pertinentes par rapport à l’intérêt de cette étude. On peut donc faire l’hypothèse qu’il s’agit des sujets idéaux pouvant permettre de mieux expliciter les réponses au questionnaire qui nécessitent plus d’informations pour leur interprétation.

La technique empirique dans le rapport personnel des futurs enseignants du primaire

Nous avons fait l'hypothèse que les techniques utilisées par certains étudiants maîtres étaient les techniques explicite et récursive. En revenant sur ce point dans les entrevues, nous avons voulu comprendre plus clairement leurs techniques et voir si nos hypothèses sont confirmées ou infirmées, tout au moins pour les étudiants maîtres interviewés. Pour cela, nous avons demandé aux étudiants maîtres de reprendre l'activité de la question C à haute voix de façon à nous permettre de confirmer ou d'infirmer notre hypothèse. La technique récursive semble se confirmer chez EM22 et EM29. Tout d'abord EM22 dit ceci :

> *« La première question, on me disait combien de bâtonnets faudra-t-il pour construire la sixième figure?* […] *Je me suis dit ok la figure numéro 4 on aurait 12, la figure 5 on aurait 15.Donc la sixième on aurait 18 si je continuais parce que j'en en ajoute toujours trois. La b) mais non oh c'est drôle j'ai pas répondu. Quelle serait la position d'une figure qui compte 21 bâtonnets? En ce moment-là ce serait, en tout cas, pour ce qui est ici, ce serait la figure suivante, la septième (silence) humm mm! oui parce que la septième figure, en tout cas pour celui-là, parce que j'aurai besoin de sept triangles à trois bâtonnets chacun, donc 7 fois 3, ça fait 21.»*

L'étudiant maître EM22 qui avait omis de traiter la question b) de l'activité 2 (question C), en plus de n'avoir laissé aucune trace de sa démarche, s'est repris et n'a éprouvé aucune difficulté à trouver les réponses à cette tâche.

> EM29 : *«Donc j'ai écrit la suite vraiment là un nombre après l'autre,* […] *j'ai écrit le 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21 et 21. C'était la dixième figure, alors c'est ça* […]. *J'ai mis des petites variables là donc soit b le nombre de bâtonnets et t le nombre de triangles, alors donc si on a un triangle ben on le multiplie par trois et ça nous donne le nombre de bâtonnets. Donc le nombre de bâtonnets égale trois fois le nombre de triangles. Pour le 2* (la deuxième suite), […] *j'avais remarqué* […] *qu'il y avait toujours un plus 2 alors* […] *je suis partie de la phrase, beh, de l'expression algébrique que j'avais utilisée dans la première suite qui était b = t×3 donc le nombre de bâtonnets égale le nombre de triangles fois trois, mais là je me suis rendue compte qu'en ce moment-là fallait que j'enlève*

des bâtonnets étant donné qu'il y avait des côtés qui allaient se retrouver en commun ».

Nous voyons qu'au début, la technique est vraiment empirique consistant à aligner les nombres pour trouver le nombre de bâtonnets et la position pour les tâches a) et b). Mais la technique devient plus intéressante quand il s'agit de la tâche c) concernant les expressions algébriques. Non seulement la notion de "variable", que cet étudiant maître n'avait pas utilisée jusqu'ici, apparaît maintenant dans son langage, mais il y a aussi cette capacité à décrire la relation entre les deux variables en termes de « *le nombre de bâtonnets égale trois fois le nombre de triangles* ».

La signification des symboles x et y dans les expressions $y = 3x$ et $y = 2x + 1$

Dans les réponses au questionnaire, la notion d'inconnue a été souvent citée par les étudiants maîtres aussi bien pour la question ouverte (question A) que pour celles qui étaient fermées comme les questions D et F. La notion d'inconnue est aussi apparue dans les réponses sur les activités avec les suites de nombres (question B) et suites géométriques (question C) sans qu'on puisse véritablement savoir la signification que les étudiants associent à cette notion. Le sens que lui donnaient les étudiants maîtres était celui de terme manquant ou de variable? Nous sommes donc revenus sur cette notion d'inconnue dans les entrevues pour chercher à bien comprendre la signification que les étudiants maîtres lui donnent. Nous avons présenté aux étudiants maîtres interviewés[14] les expressions algébriques qu'ils avaient trouvées en leur demandant quelle signification donnaient-ils aux lettres x et y. Les réponses et explications ne sont pas plus claires.

EM29 : « *Quelle signification? Une variable, ben! En fait oui, c'est une variable. Y a une qui est dépendante et l'autre qui est indépendante et puis les deux sont reliées là, des variables aussi qui sont interdépendantes (rire), je sais pas! J'utilise moins le mot inconnue mais plus variable.* »

EM32 : « *Dans mes cours d'algèbre, de mémoire le x c'était toujours notre inconnue principale et pis le n c'était la position ou le nombre qu'on voulait*

[14] Excepté EM22 dont l'entrevue a servi de test pour la validation du protocole d'entrevue.

reconnaître plus facilement. Ben des nombres qu'on utilisait, ben pas des nombres, des lettres plutôt. »

Toujours en nous appuyant sur les expressions algébriques, nous avons voulu voir s'ils appréhendent les idées de variation, covariation et dépendance qui se jouent dans les activités avec les suites de nombres et les suites géométriques. Étant donné les variables qu'ils avaient identifiées dans leurs réponses au questionnaire, le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles, la question posée était de savoir comment qualifient-ils la relation qui lie ces variables.

> EM22 : « *je vois que ça change, je vois que là j'ai trois bâtonnets, là j'en avais 6, là ensuite 9, puis il faut que j'en ajoute. Cette quantité augmente dépendamment de la figure représentée, oui ça augmente, ça se multiplie, ça s'additionne, j'en ajoute de plus en plus. Mais sinon je saurai pas comment la décrire, on dirait que je la vois pis je sais pas comment utiliser quels mots choisir pour décrire ce que je vois.* […] *Oui je le vois, je vois que les deux changent ensemble, mais j'ai pas le mot.* »
>
> EM29 : « […] *Ok dans le sens que le nombre de bâtonnets dépend du nombre de triangles, par exemple qu'une variable dépendante est vue en fonction d'une variable indépendante! »*
>
> EM32 : « *Que les bâtonnets sont plus importants, pas plus importants que les triangles. Mais que c'est les bâtonnets qui nous permettent d'écrire les triangles* […] *Ici c'est le nombre de bâtonnets qui va guider le nombre de triangles qu'on a. Donc le nombre de triangles est dépendant du nombre de bâtonnets.*
>
> […] *Une suite logique, heu régularité, heu un mot de tous les jours heu je dirai peut-être une progression, oui progression, suite, régularité j'irais avec ça. Une certaine évolution, c'est la croissance ça s'agrandit heu ça se multiplie, développement aussi là. Là l'évolution est proportionnelle, c'est-à-dire là la relation qui les unie là est un peu différente mais heu je me souviens plus comment on appelait des relations comme ça, je me souviens plus graphique* […]. *On tenait compte du plus 1 sur l'axe des ordonnées puis on dressait notre.... mais sinon pour le nom, le vocabulaire là. Ça là, ça c'est très loin là. »*

La notion de covariation est ici implicite mais le vocabulaire et la façon de la décrire sont un peu éclairants. En effet, même si les mots variation et covariation ne sont pas utilisés par les étudiants maîtres, les expressions qu'ils utilisent permettent tout de même de comprendre que les relations qu'ils décrivent impliquent une variation, une covariation et même une codépendance.

Le lien entre les activités avec les régularités et la notion de fonction

Nous avons aussi investigué davantage sur la question F du questionnaire concernant comment les activités sur les régularités pourraient préparer les élèves du primaire à mieux saisir les notions de l'algèbre au secondaire. Nous avons donc demandé aux étudiants maîtres interviewés à quelles notions du secondaire, les expressions algébriques $y = 3x$ et $y = 2x + 1$ leur faisaient penser. La référence à la notion de graphique est faite par les trois étudiants maitres.

> EM22 : « *Ben c'est sûr que je pourrais reprendre cette règle-là dans un graphique là, avec les droites là quand on faisait x, y.* […] *Quand on mettait l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées et qu'on essayait de trouver la règle d'une droite selon les points*».
>
> EM29 : « *Des relations avec des variables, sinon je me souviens aussi qu'on traçait des graphiques pour voir la relation, comment elle évoluait, en mettant, oui c'est ça des axes* ».
>
> EM32 : « *Mais les fonctions.* […] *C'est sûr que je peux la transférer sur un graphique cette relation-là* ».

Confronté à ces réponses, il nous est donc apparu opportun et nécessaire de demander, si possible, une illustration[15], c'est-à-dire comment faire la traduction des expressions algébriques en graphiques. Toutes les productions ont été faites à main levée. Voici, dans la figure ci-dessous, celle de EM32.

[15] Cette demande n'avait pas été faite à EM22 et non plus àEM29 en ce qui concerne la deuxième expression algébrique.

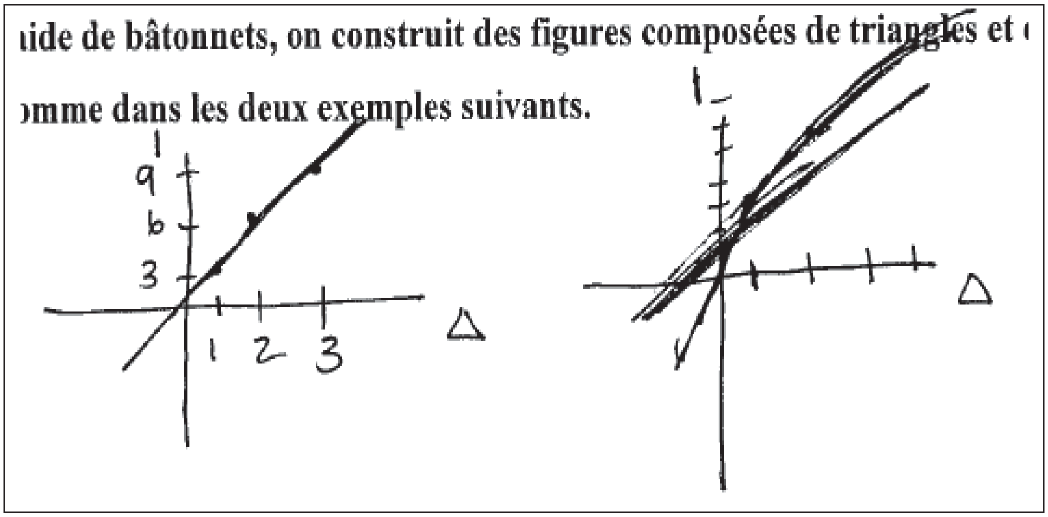


Figure 26: Traduction des expressions algébriques en graphiques par EM32.

On peut noter que les deux étudiants maîtres EM29 et EM32 réussissent à tracer les graphiques des expressions algébriques en ayant placé convenablement le nombre de bâtonnets (variable dépendante) sur l'axe des ordonnées et le nombre de triangles ou la position des triangles (variable indépendante) sur l'axe des abscisses. Cependant, EM32 se trompe dans un premier temps sur le graphique de l'expression $y = 2x + 1$. Plutôt qu'une droite, cet étudiant maître trace d'abord une courbe qui passe par l'origine. Nous avons vu dans les réponses sur le questionnaire que très peu d'étudiants maîtres réussissent à donner l'expression algébrique de la seconde suite. Cela pourrait dire que beaucoup ont de la difficulté avec les fonctions linéaires qui ont une valeur initiale (ou ordonnée non nulle) à l'origine. Cette difficulté semble s'étendre jusqu'au niveau du graphique.

Il est aussi à noter que les trois étudiants maîtres, EM22, EM29 et EM32, font un passage d'une suite (qui est définie sur N et qui a un caractère discret) à une fonction de variable réelle (définie sur R et à caractère continue) sans, apparemment, se rendre compte du changement de statut de l'objet en question. Les graphes proposés par EM32 (Figure 26) correspondent bien aux fonctions $y = 3x$ et $y = 2x + 1$, mais dans le contexte donné par la question C il ne ferait pas de sens de se poser la question de combien de bâtonnets sont nécessaires pour construire 3,72 triangles; il s'agit donc des suites $3n$ et $2n + 1$. Nous pouvons supposer que l'objet « fonction » étant absent des cours de didactique des mathématiques de l'institution BEPEP et que l'objet « suite » étant apparemment aussi absent (ou très peu présent), les liens entre le passage du discret au continu et les différences entre les deux objets ne sont pas abordés dans l'institution. Dans ce sens, il est fort probable que les étudiants se servent de leurs connaissances acquises à l'école, où ces distinctions ne sont souvent pas présentes non plus.

Les éventuelles difficultés des élèves avec les activités sur les régularités

Les trois étudiants maîtres se rejoignent à penser que les suites figurales ou patterns pourraient plus poser de difficultés aux élèves que les suites numériques. Parmi les deux suites figurales, ils décrivent aussi la seconde comme étant la plus difficile. Mais ils semblent ne pas percevoir la difficulté de la même manière. La difficulté se situerait avant tout dans la capacité à observer la structure de la suite « *l'observation de la figure*» où on a « *trois triangles, un collé sur l'autre qu'ils ont des côtés adjacents*» ce qui pourrait induire les élèves dans des erreurs de calcul. Les élèves pourraient aussi éprouver des difficultés à comprendre qu'il y a « *vraiment une relation entre le nombre de bâtonnets que j'utilise et la place de ma figure dans ma suite comme quoi les deux sont reliés* ».

Pour l'étudiant EM29 par contre, la difficulté se situerait surtout au niveau du caractère abstrait de l'activité, ce qui pourrait être surmonté par la manipulation. Les élèves doivent pour cela disposer de bâtonnets pour rendre l'activité concrète.

> EM29 : « *Ben dans la question C par exemple, si je leur donnais juste un exercice avec les triangles comme ça là sur papier et qu'ils n' ont pas la possibilité de manipuler ou de dessiner tout ça alors on est vraiment dans l'abstraction. Je pense que ça pourrait poser problème. Donc de leur donner de petits bâtonnets pour qu'ils puissent eux-mêmes refaire les suites* ».

Quant à EM32 la difficulté serait au niveau de la capacité à discerner dans la régularité de la suite (+2 au lieu de +3) en plus de tenir compte d'un premier bâtonnet dans la figure du départ et qu'il ne faudrait pas oublier d'ajouter.

> EM32 : « *Mais que je pense que la difficulté c'est toujours le départ. Parce que tu sais lui* [la première suite] *ici c'est facile, c'est un, deux, trois, six. Ça va. Mais là ici* [la deuxième suite] *au départ j'en ai trois pis là j'en ai juste deux tout le temps. Tu sais mais au départ, il faut que tu mettes plus un.* […] *Moi je trouve que ça c'est une difficulté qui peut créer la. De voir qu'au départ on avait ça. Il faut que tu trouves le fois un. C'est difficile avec.... le fois un il fait pas varier alors que le*

fois deux, le fois trois il fait varier. Souvent il y a le plus qui va s'ajouter dans la formule à cause de la première position. Pis là on va trouver une formule qui fonctionne pour le deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Mais ça fonctionne pas pour le un. Tu sais que là j'ai fait plus deux, plus deux, plus deux, mais de zéro à un j'ai fait plus trois pas deux ».

<u>Une position d'ouverture avec les activités sur les régularités</u>

Les activités sur les régularités avec les suites de nombres et les patterns sont importantes et nécessaires pour les élèves de l'école primaire parce qu'elles leurs permettraient de raisonner avec des objets mathématiques, en particulier les nombres, et d'établir des relations entre eux.

EM29 : « *C'est utile parce qu'on voit qu'en fait l'idée c'est d'aller trouver la régularité, qu'est-ce qui revient? Donc quelle est la relation entre les nombres? Pourquoi les nombres sont l'un à la suite de l'autre? Qu'est-ce qui les uni? Et ensuite quand on vient pour arriver au niveau de l'algèbre, je vois ça un peu comme la suite logique d'une suite logique c'est-à-dire de ne pouvoir déterminer le lien entre des éléments dans une suite après si on ajoute une inconnue donc là on peut mettre une, une… Heu trouver des relations entre des choses.* »

Les relations entre les nombres sont d'autant plus utiles qu'avec les activités sur les régularités, dès qu'on a pu établir une relation telle que $6 \times 3 = 18$ ou $2 \times 6 + 1 = 13$, la généralisation par les expressions algébriques $3n$ et $2n + 1$ devrait être plus ou moins aisée. Il s'agit bien en effet de la généralisation par une expression algébrique d'une suite d'expressions numériques ayant une logique. Ces étudiants maîtres sont convaincus de la facilité de ce passage, c'est pourquoi ils parlent de la suite logique. Ce jugement est en parfaite harmonie avec le point de vue selon lequel la puissance des mathématiques réside dans les relations et les transformations qui donnent naissance à des modèles et des généralisations (Carpenter & Franke, 2001). Appréhendant l'importance des activités avec les suites de nombres et les patterns pour les élèves du primaire, les trois étudiants maîtres interviewés n'hésitent pas d'envisager de les intégrer dans leurs futures pratiques professionnelles.

EM22 : « *Mais la façon que c'est travaillé au primaire je pense qu'on utilise seulement les bonds,* […] *je pense pas qu'on le convertit en expression* *algébrique ou phrase mathématique mais ça pourrait être intéressant. Heu! oui je pense que ça peut.* »

EM29 : « *Ben! Surtout si c'est développé plus tard éventuellement, par exemple au secondaire, ben! si on commence à en travailler peut-être par exemples des suites qui sont plus simples ça pourrait se faire au primaire.* »

EM32 **: «** *Moi oui, moi oui. Et pis moi c'est sûr que je vais toujours mettre de l'avant la logique***.** […] *Je trouve ça intéressant avec les patterns.* […] *Je trouve intéressant d'utiliser des patterns, des bâtonnets, des affaires, parce que l'élève il construit ça dans sa tête* ».

Les étudiants maîtres semblent donc avoir une position d'ouverture avec ces activités. Bien que convaincus de l'importance des activités avec les suites pour les élèves du primaire, cette ouverture est cependant modeste et même empreinte d'hésitation chez EM22 et EM29. Plus que la désirabilité de la réponse, c'est-à-dire la tendance qu'ont certaines personnes dans les enquêtes d'opinion à se prononcer pour les réponses socialement désirables, c'est la sémantique des discours (analyse inductive) des étudiants maîtres interviewés qui laisse penser à leur ouverture pour les activités sur les régularités. D'abord parce que la pratique à l'école primaire avec ces activités se limiterait à demander aux élèves de prolonger des suites. C'est du moins ce qui semble être exprimé dans la première phrase de EM22. Les tâches de généralisation des suites au moyen d'une expression algébrique (ou d'une formule) ne seraient donc pas travaillées au primaire. Or, une étude d'analyse de manuels scolaire du primaire approuvées par le ministère québécois de l'éducation indique pourtant que les tâches de généralisation sont comprises dans les activités à développer avec les élèves (González-Martín & Mamas Mavoungou, à paraître; Mamas Mavoungou & González-Martín, 2015). La tendance chez les étudiants maîtres est de se référer à leur propre expérience passée au primaire mais parfois aussi aux pratiques de certains enseignants qu'ils avaient observés lors de stage. Puis parce que les connaissances qui leur ont permis de traiter les activités du questionnaire ne proviennent pas du programme de formation :

EM22 : « *Non, c'est certainement pas mes cours dans la formation, heu je me souviens pas d'avoir vu ça dans ma formation à l'université, en didactique. Ça je me suis basée qu'est-ce que je faisais au secondaire, j'ai essayé de m'en souvenir* *pis j'ai abordé le problème juste dans un esprit de logique en me disant ok je veux obtenir cette réponse comment je vais faire, c'est de cette façon ».*

EM29 : *« […] à créer une situation là d'apprentissage basée là-dessus! Heu j'irai m'informer là, j'aurais besoin d'aller m'outiller parce que c'est pas le bagage là du Bac qui m'a outillée dans le fond pour créer ça ».*

EM32 : « *Mais ça c'est pas des choses que j'ai apprises en formation, je vous l'assure* »

En lisant ces réponses, cela semble confirmer le fait que l'institution BEPEP n'ait pas beaucoup semé ces notions au cours de la formation des étudiants maîtres participant à cette recherche et que c'est plutôt grâce à leur passage dans autre institution (comme un élève du secondaire) que ces notions se retrouvent dans leur rapport personnel. Quant à la question de savoir s'ils sont prêts à enseigner ces activités, les trois étudiants maîtres répondent par l'affirmatif. Mais deux parmi les trois, EM22 et EM29, soulignent cependant qu'ils ne se sentiront pas suffisamment à l'aise et qu'il leur faudra par conséquent beaucoup de préparation pour développer des activités avec les patterns car ce ne sont pas les connaissances apprises au cours de la formation qui leur ont permis de répondre aux questions des activités qui leur étaient présentées.

EM22 : « *Avec beaucoup de préparation, oui, je serais prête à le faire. Faudrait que moi je me prépare, que je m'informe, que j'aille relire mes manuels scolaires, relire mes livres juste pour être certaine d'avoir la bonne information à transmettre là. Oui, je serai prête à le faire.* »

EM29 : « *Je me sentirai peut-être pas très solide* […]*, heu j'irai m'informer là, j'aurai besoin d'aller m'outiller parce que c'est pas le bagage là du Bac qui m'a outillée dans le fond pour créer ça. Alors est-ce que je serai à l'aise? Peut-être pas à 100%* [rire de gêne]*, mais ce serait moi-là qui devrait aller chercher l'information dont j'aurai besoin.* »

Il apparaît que même si l'habileté à résoudre les tâches mathématiques est présente dans le rapport personnel de ces étudiants, le fait de ne pas se sentir à l'aise dans les tâches didactiques peut influer sur l'apprentissage des élèves. Au contraire de EM22 et EM29 qui ne sont si sûrs d'eux, EM32 souligne que les activités qui permettent de développer la logique chez les élèves comme celles impliquant les régularités seront souvent privilégiées dans ses pratiques en tant que futur enseignant.

> EM32 : « *Moi oui, moi oui. Et pis moi c'est sûr que je vais toujours mettre de l'avant la logique. Heu! Tu sais au pire à chaque matin un petit jeu au tableau que... les élèves, tu sais c'est quoi le jeu de la journée. Mais ça, ça fait réfléchir, ça fait penser. C'est que moi je vais jamais faire comme les enseignants qui donnent un exercice facile du manuel. Ça c'est sûr, pis là je le vis en stage en ce moment. Mon enseignante associée, je me rends compte qu'elle fait beaucoup ça. C'est comme ben! Mais les critères de divisibilité de trois c'est ça. Tu additionnes toutes les chiffres, ça se divise par trois c'est ça. Les critères de divisibilité de quatre c'est ça....Ok mais tes élèves viennent de faire quoi comme apprentissage là. Ok tu viens de leur cracher un truc par cœur là. Pis ils arrivent à l'examen pis ils s'en souviennent pas comment ils vont faire pour le retrouver. Absolument.* »

Mais plus que de privilégier les activités de logique, l'étudiant maître EM32 pense que faire des liens entre des notions du primaire et celles du secondaire est très important au point de souhaiter l'intégration d'un cours dans la formation basé sur le programme du secondaire.

> EM32 : *Mais j'aimerais ça voir le programme du secondaire.* […] *Pis quand on était au secondaire, on ne se rappelle pas de tout, c'est sûr. Moi je pense que ce serait intéressant d'avoir effectivement un cours de mathématiques au secondaire. Pis ok, maintenant avec quelles notions du primaire on pourrait lier ça, comment on pourrait jeter les bases, comment ça est-ce que c'est lié avec...ça. Tu sais comme on a fait là là. Tu sais les termes manquants, pis tout ça. Comment, comment ça se transforme en algèbre, comment ça se transforme en fonction parce que comme ça on permet à l'élève de mettre des mots, pas juste des mots mais ça facilite aussi des liens*. »

Cette idée nous paraît intéressante dans la mesure où nous avons vu dans les réponses à la question F, notamment, que l'habileté à établir des liens clairs avec des notions liés aux fonctions est absente chez beaucoup d'étudiants maîtres y compris ceux qui réussissent les tâches mathématiques. Mais c'est surtout le fait que douze étudiants maîtres aient répondu cette question F, qu'ils ne savent pas à quelles notions de l'algèbre au secondaire relier les activités sur les régularités qui renforce la pertinence de l'idée suggérée par EM32. Nous allons maintenant interpréter dans la sous-section 4.3.4 les données du questionnaire et des entrevues.

4.3.4 Interprétation des données du questionnaire et des entrevues

Toutes les réponses ayant été analysées, nous avons élaboré une grille permettant de décrire les différents types de rapports personnels qui émergent des données et que les étudiants maîtresse construisent avec les objets variation et covariation au cours de leur formation initiale. Les catégories de cette grille ont été déterminées de manière émergente, à la suite d'une lecture exhaustive du corpus et après réduction des données. Nous avons ainsi établi que les différents types de rapport étaient principalement construits autour de l'habileté ou non à exprimer des expressions algébriques traduisant des relations fonctionnelles entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles ou la position de chaque figure. Les catégories ont été ensuite subdivisées en sous-catégories établies en référence aux notions ou contenus pertinents mentionnés dans les réponses des étudiants maîtres (notions d'inconnue, équivalence, équation, variable, relation et fonction). Nous avons aussi tenu compte de l'attitude des futurs enseignants quant à l'enseignement des activités avec les régularités. Dans les lignes qui suivent, nous présentons les différents types de rapports personnels que nous avons identifiés ainsi que la grille de codage des catégories.

Le rapport personnel de type "adéquat"

Ce type de rapport personnel est fondé sur la relation fonctionnelle entre les variables. Les futurs enseignants qui entrent dans ce type de rapport personnel sont ceux qui montrent une cohérence avec des réponses adéquates tout au long de l'enquête. En effet, la notion d'inconnue y occupe une place et le sens que les futurs enseignants lui associent ne se limite pas à la signification d'information manquante telle que vue au primaire mais évolue vers celle de variable telle que vue au secondaire. Ce qui est remarquable dans ce type de rapport et qui le distingue des autres, c'est l'utilisation de prime abord d'une technique explicite qui met en exergue la relation entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles ou la position de chaque figure. La technique présentant les relations, sous forme d'opérations $3 \times 6 = 18$ et $2 \times 6 + 1 = 13$, entre le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles ou la position des triangles peut être soutenue par un discours décrivant cette relation en termes de: « *le nombre* *de bâtonnets est égal à trois fois le nombre de triangles* » et « *le nombre de bâtonnets est égal à deux fois le nombre de triangles plus un* ». Une telle description met en lumière le fait que le nombre de bâtonnets (variable dépendante) varie en fonction du nombre de triangles ou de la position de chaque figure dans la suite (variable indépendante) mais permet aussi de prédire quel sera le nombre de bâtonnets pour un nombre de triangles situés à une position donnée, ce qui correspond à la définition d'une relation fonctionnelle. Les futurs enseignants qui entrent dans ce type de rapport personnel semblent saisir les notions de variation et covariation qu'ils expriment selon leurs propres mots par *ça change ensemble* ou *qu'est-ce qui change quand ça, ça change*.

Outre les notions de variation et covariation, les futurs enseignants qui démontrent un rapport personnel de type "adéquat" semblent aussi saisir l'importance des activités sur les régularités au primaire et le lien qu'il y a avec la notion de fonction au secondaire puisqu'ils arrivent à convertir les expressions algébriques (relations fonctionnelles) dans des graphiques. Ils se montrent, par ailleurs, ouverts à développer les activités sur les régularités avec les patterns (et non pas seulement avec les suites de nombres) dans leurs futures pratiques professionnelles. Alors que le rapport de l'institution BEPEP semble être marqué par un vide didactique institutionnel, le rapport personnel de type "adéquat" ne peut pas être dans ces conditions une conséquence du choix institutionnel. Il n'y a donc pas conformité entre le rapport institutionnel et le rapport personnel. Deux futurs enseignants (EM29, EM32) semblent présenter les caractéristiques de ce type de rapport personnel.

Le rapport personnel de type "ouverture"

Dans le rapport personnel de type "ouverture", les expressions algébriques semblent être des relations qui sont basées sur la récurrence, c'est-à-dire une relation entre les termes (nombres) consécutifs de la suite. Ici la signification de variable donnée à la notion d'inconnue ne semble pas claire. La technique utilisée, quand elle est visible, est souvent empirique ou récursive, et n'aboutit pas, du moins de façon explicite, à des relations fonctionnelles. Parfois les expressions algébriques comportent des erreurs. Toutefois, les futurs enseignants semblent plutôt faire le lien entre les activités sur les régularités et la notion d'équation, ce qui pourrait être une étape vers la notion de fonction. Il est par ailleurs possible que dans ce type de rapport personnel, les futurs enseignants perçoivent les notions de variation et covariation mais il leur faut passer de la relation par récurrence à une relation fonctionnelle. Pour cela, une plus grande expérience avec les activités sur les régularités permettrait de mieux les outiller à cette fin.

S'agissant de l'ouverture à développer de telles activités dans les pratiques professionnelles, elle reste possible. Même si ce type de rapport personnel n'est pas totalement la conséquence du choix institutionnel, il semble cependant être affecté par le vide didactique institutionnel. Ce type de rapport personnel semble être présent chez huit futurs enseignants : EM1, EM6, EM11, EM14, EM22, EM23, EM30, EM31.

Le modèle du rapport "comportementaliste"

Les opérations sur les nombres occupent une place importante dans le rapport de type "comportementaliste". Mais même si les futurs enseignants les voient certes comme nécessaires à l'apprentissage de l'algèbre au secondaire, il reste que leur regard vers l'algèbre semble être trop général. Le rapport de type "comportementaliste" se caractérise par la considération selon laquelle l'arithmétique est enseignée au primaire et l'algèbre au secondaire excluant ainsi toute possibilité de l'enseignement du pré algèbre au primaire. Une dichotomie que les futurs enseignants entrant dans ce type de rapport personnel étendent jusqu'aux activités sur les régularités en associant les suites de nombres à l'arithmétique et les patterns à l'algèbre. Ils ont une technique empirique pour trouver la régularité des suites et les réponses aux tâches a) et b) sans toutefois parvenir à donner les expressions algébriques pour la tâche c). Certains futurs enseignants qui ne trouvent pas les expressions algébriques, ne font aucun lien avec la notion de fonction et semblent même douter que les activités sur les régularités peuvent préparer les élèves de l'école primaire à l'apprentissage des notions algébriques au secondaire. Pour ce type de rapport personnel, il semble avoir une conformité avec le rapport institutionnel ($R(x, o) \cong R_I(p, o)$) du fait de l'assujettissement des étudiants maîtres aux choix de l'institution BEPEP. Dix futurs enseignants semblent démontrer ce type de rapport personnel : EM3, EM4, EM9, EM15, EM16, EM18, EM19, EM20, EM25, EM33.

Le rapport de type "insouciant"

Ce type de rapport personnel concerne les futurs enseignants qui ne savent pas de manière générale, c'est-à-dire qui répondent *je ne sais pas comment répondre à cette question* à la plupart des questions. Les opérations sur les nombres sont certes vues comme nécessaires à l'apprentissage de l'algèbre au secondaire mais le regard reste trop général et ne va pas au-delà de l'arithmétique. Ils peuvent prolonger une suite, utilisant en général une technique plutôt empirique mais sont incapables de faire la généralisation. Il semble que l'habileté à saisir les notions de variation et covariation à travers les activités sur les régularités est absente dans ce type de rapport, ce qui les empêche de voir ces activités comme prélude à la notion de fonction. C'est donc difficilement que ces futurs enseignants pourraient développer des activités avec les régularités dans leurs futures pratiques. Ce type de rapport personnel semble aussi être en conformité avec le rapport institutionnel ($R(x, o) \cong R_I(p, o)$), la conformité reposant plus sur l'attitude à l'égard des régularités, qui sont pourtant prévues comme contenu à enseigner par l'institution BEPEP sans être toutefois exploitées. Pour ce type de rapport personnel, nous avons quatorze futurs enseignants : EM2, EM5, EM7, EM8, EM10, EM12, EM13, EM17, EM21, EM24, EM26, EM27, EM28, EM34.

Typologie de rapports personnels identifiés	Description et caractéristiques des différents types de rapports personnels		Nb
Rapport personnel de type “adéquat”	Relation fonctionnelle	Savoir et savoir-faire: • Notion de variable; • technique explicite ; • expression algébrique. Attitudes et conceptions: • Lien avec la notion de fonction • Ouverture aux activités sur les régularités.	2
Rapport personnel de type “ouverture”	Relation entre les nombres	Savoir et savoir-faire: • Notion d’inconnue; • technique empirique; • expression algébrique. Attitudes et conceptions: • Aucun lien avec la notion de fonction; • Ouverture possible aux activités sur les régularités.	8
Rapport personnel de type “comportementaliste”	Aucune relation	Savoir et savoir-faire: • Opérations sur les nombres • Dichotomie arithmétique/primaire et algèbre/secondaire; • Dichotomie suites numériques/arithmétique et suites figurales/algèbre Attitudes et conceptions: • Aucun lien avec la notion de fonction; • Ouverture incertaine aux activités sur les régularités.	10
Rapport personnel de type “insouciant”	Aucune relation	Savoir et savoir-faire: • *Ne sait pas* Attitudes et conceptions: • Aucun lien avec la notion de fonction; • Ouverture improbable aux activités sur les régularités.	14

Tableau 17: Grille de codage des rapports personnels des futurs enseignants.

Chapitre 5 : Conclusion générale

La recommandation de la recherche visant à favoriser chez les élèves de l’école primaire l’acquisition des notions de variation et covariation devrait conduire à la prise en compte de ces notions dans la formation initiale des enseignants du primaire. Or, l'analyse sommaire des activités prévues dans le PFÉQ-PP révèle qu'en dépit de cette recommandation, les activités impliquant ces notions restent assez sommaires et superficielles. De plus, la structure du programme de formation initiale des enseignants du primaire, en général, n'accorde pas une grande place aux cours axés sur les notions mathématiques, mettant davantage l'accent sur les cours de didactique. Ces cours ont la particularité de former les futurs maîtres à l'intervention en mathématique au primaire davantage que de les former à une pratique de l'enseignement des mathématiques même si certains cours de didactique reviennent de temps en temps sur les notions d'un point de vue didactique. Bien que la recommandation de la recherche ne soit pas traduite par une présence explicite des notions de variation et covariation dans la formation initiale des enseignants du primaire enrôlés au sein de l'institution BEPEP, il semble tout de même que l'institution BEPEP connaît les objets variation et covariation, ce qui signifie qu'il existe un rapport institutionnel, noté $R_I(p, o) \neq \varnothing$, entre BEPEP et les objets *o* qui sont ici les notions de « variation » et « covariation ». Nous pouvons rappeler que le rapport institutionnel énonce, en gros, ce qui peut se faire au sein de l'institution BEPEP avec les objets « variation » et « covariation », comment ces objets y sont mis en jeu à travers les activités sur les régularités, ou encore, en termes imagés, ce qu'est le destin des objets variation et covariation dans l'institution BEPEP (Chevallard, 1989).

C'est donc cette mise en jeu, autrement dit le destin des objets variation et covariation au sein de l'institution BEPEP qu'il nous faut maintenant regarder. Cela suppose une organisation praxéologique comprenant des types de tâches T, une technique τ pour réaliser ces tâches, une technologie θ ou un discours pour expliquer et justifier la technique et une théorie Θ justifiant la technologie avec les activités sur les régularités. Or, en termes de praxéologies, l'institution BEPEP ne semble pas donner des tâches aux étudiants maîtres pour résoudre des activités impliquant les régularités, qui pourraient leur permettre de discerner les notions de variation et covariation pour ensuite établir des connexions avec les notions algébriques, en particulier la notion de fonction. Nonobstant la recommandation du PFÉQ-PP selon laquelle les enseignants du primaire devraient être en mesure d'utiliser les activités sur les régularités et les patterns, il semble avoir un vide institutionnel qui se traduit par l'absence de praxéologies claires pour former les futurs enseignants du primaire à utiliser ces activités. Ce vide institutionnel affecte vraisemblablement le rapport personnel des participants avec les activités sur les régularités et par conséquent leur habileté à les enseigner. Les participants qui ont pu résoudre la question C peuvent avoir développé un rapport personnel avec ces notions non pas comme conséquence des choix institutionnels mais grâce à leur expérience en tant qu'élèves dans l'enseignement secondaire. L'investigation sur la mise en œuvre des objets variation et covariation au sein de l'institution BEPEP nous a permis aussi de voir l'articulation ou la cohérence entre la recommandation de la recherche et la prise en compte de cette recommandation par le PFÉQ-FF et finalement sa traduction dans la pratique de formation au sein de l'institution BEPEP.

Nous avons d'abord pu noter une présence des activités sur les régularités des suites de nombres et des patterns dans le PFÉQ-PP en plus de la recommandation faite aux enseignants du primaire d'utiliser ces activités, L'analyse des documents d'enseignement officiels (PCC et PCE) a fait apparaître aussi la présence d'un rapport institutionnel de BEPEP aux objets variation et covariation : les régularités se trouvent parmi les contenus à faire apprendre aux futurs maîtres, les régularités pouvant être considérés comme des traces des objets variation et covariation au sein de l'institution BEPEP. Cependant, notre étude (questionnaire et entrevues) fait apparaître des failles dans le rapport de l'institution BEPEP avec les objets variation et covariation. C'est en triangulant les informations recueillies dans l'analyse du programme de formation avec celles recueillies auprès des étudiants maîtres que nous avons repéré ces failles. Les limites constatées se signalent notamment au niveau de la mise en œuvre des activités impliquant les régularités avec les suites de nombres et les patterns.

Tout d'abord, au niveau de la nature des suites qui sont présentées aux étudiants maîtres. Alors que le PFÉQ-FF prévoit de travailler les régularités aussi bien avec les suites numériques qu'avec les suites figurales, l'enquête auprès des étudiants maîtres indique que l'institution BEPEP se limite aux suites numériques. Il y a des limites ensuite dans les intentions de l'institution BEPEP avec les régularités. Au lieu que les suites numériques fassent l'objet explicite d'un enseignement, elles semblent être simplement montrées aux étudiants comme exemple des activités figurant dans les manuels scolaires. Il y a des limites enfin dans le temps consacré aux activités avec les suites. Par exemple, selon ce que les participants à notre recherche déclarent, ce temps n'est que de 15 minutes en ce qui concerne le cours DID 1000 notions de maths au primaire, qui est pourtant le seul cours consacré aux notions mathématiques. Or, nous avons vu que le rapport institutionnel « *énonce, en gros, comment o y est mis en jeu, ou encore, en termes imagés, ce qu'est le destin de o dans I »* (Chevallard, 1989, p. 213). Les activités avec les suites de nombres et les patterns n'ont pas dans le savoir enseigné le statut d'objet d'enseignement. Il semble donc que le destin des objets variation et covariation au sein de l'institution BEPEP soit incertain, sans grande perspective.

Ces limites reflètent l'absence d'une organisation praxéologique [$T/\tau/\theta/\Theta$], c'est-à-dire d'une organisation mathématique ou didactique pour l'enseignement des régularités au sein de l'institution BEPEP pour la formation des enseignants du primaire. Si les suites de nombres sont simplement montrées aux étudiants comme exemples d'activités de manuels scolaires, cela pourrait signifier qu'au sein de l'institution BEPEP il n'y ait pas un type de tâches T, à réaliser avec les régularités, qui est proposé aux étudiants maîtres. Cette absence semble se vérifier aussi en ce qui concerne les types de techniques τ pour accomplir les tâches T puisque même parmi les étudiants maîtres qui répondent correctement aux tâches de l'activité sur les suites figurales (Question C), certains utilisent une technique empirique. Le fait de ne pas pouvoir identifier les variables en présence semble relever d'un manque de discours θ s'inscrivant dans une théorie Θ en même de soutenir la technique pour accomplir les tâches. Finalement, il semble avoir un vide didactique institutionnel (Bronner, 1997) dans le rapport de l'institution BEPEP aux objets variation et covariation, ce vide se caractérisant pas l'absence d'une organisation praxéologique [$T/\tau/\theta/\Theta$] au sein de BEPEP. Le fait que de nombreux étudiants maîtres participant à cette étude échouent dans les tâches avec les suites figurales ou patterns peut être une conséquence de ce vide didactique institutionnel.

Qu'ils parlent de *inconnue*, *terme manquant*, *information manquante*, *trouver x*, la notion d'inconnue, pour exprimer la variation d'une quantité, semble occuper une place importante dans le rapport personnel des futurs enseignants du primaire : très peu parmi eux arrive à prêter une attention au sens paramètre, par exemple, que le symbole peut prendre dans une formule. Peut-être que la mise en place de cette notion dans le rapport personnel des futurs enseignants du primaire a été rendue possible par un apprentissage abondant des activités arithmétiques, principalement les opérations sur les nombres. L'étude révèle aussi une tendance accrue des étudiants maitres à utiliser une technique empirique pour trouver les termes suivants d'une suite, ce qui les empêche de trouver une relation fonctionnelle entre les variables. Il advient que la grande majorité des futurs enseignants ayant participé à cette recherche ne semble pas percevoir la notion de covariation lorsqu'ils travaillent avec les activités sur les suites de nombres et les patterns. Cet aspect de nos résultats rejoint les résultats de l'étude menée par Aljami (2015) avec des futurs enseignants koweitiens du primaire. Les différents types de rapports personnels des futurs enseignants du primaire aux objets variation et covariation ne semblent pas être déterminés par les choix institutionnels. L'étude révèle enfin un vide didactique au niveau de la composante institutionnelle du rapport personnel des étudiants maîtres avec les objets variation et covariation. Les trois étudiants maîtres qui ont passé l'entrevue ont tous répondu correctement aux trois volets de la question C, mais déclarent tous qu'ils ont pu le faire grâce aux souvenirs des connaissances apprises au secondaire.

Notre troisième objectif spécifique O3 visait à établir des liens entre les rapports personnels des futurs enseignants et le rapport institutionnel pour déterminer la composante institutionnelle du rapport personnel de ces derniers. Il ressort que les étudiants maîtres n'ont pas vraiment eu d'opportunités de travailler les activités sur les régularités avec les suites de nombres ou de patterns. Il semble, en effet, que l'institution BEPEP ne s'est pas focalisée sur l'enseignement des activités sur les régularités, n'offrant de ce fait aucune opportunité aux étudiants maîtres de développer des connaissances avec les activités sur les suites de nombres ou les patterns. Ils ont utilisé les connaissances acquises au cours de leurs expériences passées dans d'autres institutions, notamment l'institution "enseignement mathématiques au secondaire" (EMS) pour répondre aux questions B (activité 1 sur les suites de nombres) et C (activité 2 sur les suites figurales ou patterns). Très peu sont ceux qui appréhendent les notions de variation et covariation dans ces activités pour saisir leur enjeu comme prélude à la notion de fonction. La composante institutionnelle du rapport personnel des futurs enseignants du primaire aux objets variation et covariation est marquée par un vide didactique (Bronner, 1997). Le vide didactique prenant ici le sens d'un manque de préparation des futurs enseignants avec les objets variation et covariation par l'institution BEPEP. Il semble avoir par conséquent une conformité entre les rapports personnels d'un grand nombre (24 : 10 du rapport de type comportementaliste et 14 du rapport de type insouciant) des étudiants maîtres participant à cette recherche et le rapport institutionnel $R(x, o) \cong R_I(p, o)$.

5.1 Quelques impacts scientifiques

Nous avons indiqué dans le premier chapitre que cette recherche suivait une perspective institutionnelle du rapport au savoir interrogeant notamment les connaissances que les enseignants du primaire développent pendant leur formation initiale. Un des impacts scientifiques que cette recherche permet de mettre en lumière est la part de responsabilité de l'institution de formation dans les lacunes que présentent les futurs enseignants du primaire avec les objets variation et covariation. Alors que les activités sur les régularités sont maintenant monnaie courante dans les curricula et les manuels scolaires de nombreux pays (Moss & McNab, 2011), y compris au Québec (Canada), il semble que l'institution de formation ne s'appuie pas encore, entre autre, sur cette situation d'homologie pour former les enseignants du primaire. Il s'agit en fait de la responsabilité de l'institution de formation de s'inspirer des résultats de la recherche pour construire les contenus des cours à faire apprendre aux futurs enseignants. Alors que les recherches de type plutôt cognitif ont identifié des lacunes dans les connaissances didactiques et mathématiques des futurs enseignants du primaire, l'éclairage de notre approche institutionnelle vient dévoiler l'une des sources de ces lacunes. La théorie anthropologique du didactique (TAD) a permis de voir que les lacunes des futurs enseignants du primaire pouvaient être liées aux choix institutionnels qui ne sont pas toujours en phase avec les recommandations de la recherche. C'est notre objectif général, qui est celui d'examiner comment le programme de formation initiale des enseignants du primaire leur permet de saisir l'enjeu des notions « variation » et « covariation » comme prélude à la notion de fonction ainsi que de développer des connaissances pour mener des activités avec ces objets mathématiques pour leurs futures pratiques, qui a motivé le choix de la TAD comme cadre d'analyse. Nous aurons pu choisir un cadre théorique en psychologie à travers, par exemple, la notion de représentation, mais cette notion ne traduit pas selon nous celle de connaissances. La TAD nous a permis aussi de mieux intégrer des dimensions qui semblent parfois moins prises en compte dans d'autres cadres théoriques telles que l'assujettissement à l'institution : une des conditions pour que se forment les rapports personnels des sujets d'une institution donnée. Plus largement, cette recherche dévoile une cassure dans la chaîne de prise en compte de la recommandation de la recherche partant du MELS, en ce qui concerne le PFÉQ-FF, en passant par l'université qui est maîtresse d'œuvre de la formation des enseignants jusqu'à ces derniers en tant que guides des apprentissages des élèves. Cette rupture se produisant exactement au niveau de l'institution de formation et dont les répercussions s'étendront vraisemblablement jusqu'aux élèves.

5.2 Limites de la recherche

Nous étions conscients dès le départ que l'analyse des documents officiels (PCC et PCE) de l'institution BEPEP ne nous permettrait pas d'examiner de manière exhaustive l'organisation praxéologique autour des régularités, des notions de variation et covariation. Les réponses des étudiants maîtres ont permis de pallier à ce handicap. Cependant, les contradictions observées dans leurs réponses, concernant notamment la question de savoir si des activités sur les régularités avec les suites de nombres et les patterns ont été menées pendant leur formation initiale est à nos yeux l'une des limites de cette recherche. Par conséquent, une recherche future pourrait explorer le rapport institutionnel de BEPEP aux objets variation et covariation à partir d'une observation directe des praxéologies mathématiques mises en œuvre dans les salles de classe autour des activités sur les régularités. Ce qui permettrait d'infirmer ou de confirmer les résultats de cette recherche.

Une autre limite de cette recherche est liée aux conditions dans lesquelles les étudiants maîtres ont complété le questionnaire : six questions dont deux activités auxquelles il fallait répondre en deux moments de 30 min. C'est à cause de cette contrainte de temps que nous avons dû revoir à la baisse le nombre d'items de notre questionnaire qui est passé de quinze à six. Nous sommes là aussi conscients que ce ne sont pas les conditions idéales que nous espérions. Ces conditions ont peut-être pu gêner les participants car le fait de commencer à compléter le questionnaire avant le cours pouvait induire un manque de concentration ou de répondre dans la précipitation. Bien qu'aucun des participants n'ait déclaré avoir manqué de temps pour compléter le questionnaire, nous croyons tout de même que plus de temps leur aurait permis de mentionner des détails et peut-être de justifier leurs réponses. La taille de l'échantillon peut constituer aussi une limite puisque 34 étudiants maîtres seulement ont participé à cette étude sur un total de cent quatre-vingt-cinq (Groupe E : 48, Groupe F : 38, Groupe F : 37, Groupe F : 62) inscrits en dernier année de formation pour l'obtention du BEPEP au CFIM. Si nous avions d'autres participants peut-être que nos résultats se présenteraient autrement.

Dans le même sens et parlant des entrevues, n'avoir pu passer une entrevue qu'avec trois étudiants maîtres paraît à nos yeux comme une limite. Bien que nous ayons jugé les trois étudiants maîtres interviewés comme des sujets idéaux pour mieux expliciter les réponses au questionnaire, on ne peut pas dire pour autant qu'ils sont représentatifs de l'ensemble des trente-quatre participants qui ont complété le questionnaire. Un nombre plus important de volontaires pour l'interview aurait sans nul doute été avantageux à cette recherche car des participants ayant donné des réponses incorrectes au questionnaire auraient, peut-être, pu améliorer leurs réponses pendant l'interview, ce qui aurait permis des interprétations plus consistantes. Les réponses données par les trois étudiants maîtres lors de l'interview semblent se rejoindre sur plusieurs aspects que nous voulions mieux comprendre laissant ainsi paraître ces réponses presque avec une certaine uniformité. Cette situation d'uniformité des réponses pourrait être due au type de sujets qui ont tous les trois la particularité de revendiquer une bonne relation avec les mathématiques. Des étudiants maîtres moins à l'aise avec les mathématiques aurait certainement permis d'éviter cette uniformité et d'enrichir les analyses. Nous pouvons donc regretter que les deux autres étudiants maîtres qui avaient exprimé leur volonté pour passer l'entrevue n'aient pas pu se rendre disponibles dans la mesure où il s'agissait d'étudiants maîtres qui se révèlent dans l'étude avec un rapport personnel de type ‟comportementaliste” (EM20) et un rapport personnel de type ‟insouciant” (EM21).

5.3 Commentaires finaux

La revue de travaux de recherche qui se sont intéressés aux objets variation et covariation nous a permis de voir leur implication dans la conceptualisation de la notion de fonction comme relation entre des quantités qui varient (Hitt & González-Martín, 2015; Thompson & Carlson, à paraître). Par ailleurs, les lacunes identifiées par la recherche dans la formation des enseignants, notamment leur manque d'expérience avec les activités sur les régularités des suites de nombres et des patterns, peuvent être un obstacle à la mise en œuvre des recommandations de la recherche. Etant donné que les activités avec les régularités sur les suites de nombres et des patterns sont largement considérées maintenant comme une approche fructueuse pour l'introduction de notions algébriques, incluant l'idée de fonction, auprès des jeunes enfants (Kieran, 2004; Radford, 2008), les futurs enseignants du primaire doivent être préparés à les enseigner. Les connaissances qu'ils peuvent avoir en lien avec les notions de variation et covariation sont très importantes dans leur capacité à mettre en œuvre la recommandation de la recherche de promouvoir auprès des élèves du primaire, le développement des idées liées à la notion de fonction comme une relation entre des quantités variables. La question des connaissances des enseignants avec les régularités a été à peine étudiée par la recherche mais a été approchée en utilisant très souvent un point de vue cognitif.

La théorie anthropologique du didactique a constitué le cadre général d’analyse et d’interprétation de notre recherche. Les outils conceptuels développés par cette théorie pour examiner la place et le rôle des objets variation et covariation au sein de l’institution BEPEP pour la formation de futurs enseignants du primaire, s’est révélé un cadre de référence efficace pour analyser, comprendre, interpréter les divers éléments qui caractérisent le rapport institutionnel et les rapports personnels ainsi que de voir comment le rapport institutionnel influence les rapports personnels (Chevallard, 1999). La TAD nous a donc permis d’approcher la question des connaissances des futurs enseignants du primaire à partir d'un point de vue institutionnel.

Nous synthétisons dans la section qui suit les principaux résultats auxquels nous sommes parvenus en poursuivant nos objectifs spécifiques de recherche.

5.4 Principaux résultats de cette recherche

Au terme de cette recherche, les principaux résultats que l’analyse des données a révélés, suivant les objectifs spécifiques que nous nous sommes fixés, sont les suivants :

Pour l’objectif spécifique O1 (Examiner le rapport institutionnel du programme de formation des maîtres du primaire (BEPEP) aux objets « variation » et « covariation ») : bien que (re)connaissant ces objets à travers la présence des régularités comme contenu à faire apprendre aux étudiants maîtres, le rapport institutionnel est marqué par un vide didactique.

Autrement dit, il n’existe pas au sein de l’institution BEPEP une organisation praxéologique et didactique [$T/\tau/\theta/\Theta$] claire visant l’enseignement des activités sur les régularités. N’ayant pas été exposés à ces activités, les étudiants maîtres qui ont participé à notre recherche semblent ne pas avoir développé des connaissances avec ces activités dans le cadre de leur formation à l’enseignement.

Pour l’objectif spécifique O2 (Caractériser les rapports personnels que les futurs enseignants du primaire se construisent avec ces objets pendant leur formation initiale) : quatre types de rapports personnels ont émergé de l’analyse des données. Il y a d’abord le rapport personnel de type “adéquat” qui est caractérisé par la capacité des étudiants maîtres démontrant ce type de rapport personnel à établir des relations fonctionnelles utilisant une technique explicite, ce qui leur permet de saisir les notions « variations » et « covariation ». Ces étudiants maîtres parviennent aussi à faire le lien entre les activités sur les régularités et la notion de fonction en plus de se montrer totalement ouverts pour développer les activités sur les régularités dans leurs futures pratiques professionnelles. Cependant, il est à noter que ce type de rapport personnel semble ne pas être la conséquence des choix institutionnels. Il y a ensuite le rapport personnel de type “ouverture” dans lequel les expressions algébriques ne sont basées que sur la récurrence entre les termes des suites et n’aboutissent pas à des relations fonctionnelles. Les étudiants qui montrent avoir ce type de rapport personnel font plutôt le lien entre les activités avec les régularités et la notion d’équation et leur capacité à percevoir les notions « variation » et « covariation » semble possible, tout comme il est aussi possible que ces futurs enseignants soient ouverts à enseigner les activités sur les régularités. Le rapport de type “ouverture” semble être affecté par le vide didactique institutionnel. Puis il y a le rapport personnel de type “comportementaliste”. Ici, ce sont les opérations sur les nombres qui occupent une place dominante, les étudiants maîtres ne parvenant pas à trouver de relations encore moins d’expressions algébriques et utilisent une technique empirique. Ce type de rapport personnel est caractérisé par deux dichotomies. La première associe l’arithmétique à l’école primaire et l’algèbre au secondaire. La seconde veut que les suites de nombres appartiennent au domaine de l’arithmétique et les patterns à celui de l’algèbre. Aucun lien n’est fait entre les activités sur les régularités et la notion de fonction. Quant à se montrer ouverts pour enseigner les activités sur les régularités dans leurs futures pratiques, cette possibilité semble être incertaine. Il semble avoir une conformité entre le rapport institutionnel et le rapport personnel de type “comportementaliste”. Il y a enfin le rapport personnel de type “insouciant” qui apparait chez les étudiants maîtres donnant comme réponses “*Je ne sais pas comment répondre à cette question*” à la plupart des questions. Ils peuvent prolonger une suite en utilisant, en général, une technique empirique mais ne parviennent pas à trouver de relations. Dans ce type de rapport personnel, l’habilité à percevoir les notions variation et covariation semble être absente et aucun lien n’est fait entre les activités avec les régularités et la notion de fonction. L’ouverture à enseigner les activités sur les activités est improbable. Il semble avoir aussi une conformité entre le rapport institutionnel et le rapport personnel de type “insouciant”.

Pour l’objectif spécifique O3 (Établir des liens entre les rapports personnels des futurs enseignants et le rapport institutionnel pour déterminer la composante institutionnelle du rapport personnel de ces derniers) : les étudiants maîtres qui ont participé à cette recherche n’ont pas eu d’opportunité au cours de leur formation de travailler les activités sur les régularités. Mais ce sont surtout les rapports personnels de type “comportementaliste” et “insouciant” avec lesquels des liens semblent s’établir avec le rapport institutionnel. Les étudiants maîtres chez qui ces types de rapports personnels sont présents semblent démontrer une incapacité à saisir les notions de variation et covariation à travers les activités sur les régularités. La composante institutionnelle des rapports personnels de type “comportementaliste” et “insouciant” semble donc être marquée par le vide didactique institutionnel.

Bibliographie

Aljami, A.H. (2015). Algebraic strategies used by kuwati preservice teachers. *International journal of science and mathematics education*, published on line. DOI 10. 1007/s10763-015-9657-y

Ball, D.L. (1988a). The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths. (Research Report 88-3). East Lansing: Michigan State University, *National Center of Research of Teacher Education*. Retrieved October 2013 from: http://ncrtl.msu.edu/http/rreports/html/pdf/rr883.pdf

Ball, D.L. (1988b). Research on teaching mathematics: making subject matter knowledge part of the equation. In J. Brophy (Ed.), *Advances in Research on teaching* (pp. 1-48). Greenwich: JAI Press Inc.

Ball, D.L. (1990). The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *The elementary school journal, 90*(4), 449-466.

Ball, D.L., Thames, M.H & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(9), 387-407.

Ball, D.L. & Wilson, S.M. (1990). Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming mathematics teacher, *Annual meeting of the American Educational Research Association*, Boston. Retrieved October 2013 from: http://ncrtl.msu.edu/http/rreports/html/pdf/rr907.pdf

Bardin, L. (2003). *L'analyse de contenu* (11e éd.). PUF: Paris.

Barton, B. & Sheryn, L. (2009). The mathematical needs of secondary teachers: data from three countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *40*(1), 101-108.

Beillerot, J. (2000). Le rapport au savoir. Dans N. Mosconi, J. Beillerot& C. Blanchart-Laville (Eds.), *Formes et formations du rapport au savoir* (pp. 39-57). Paris: L'Harmattan.

Blais, M. & Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale: description d'une démarche visant à donner du sens à des données brutes. *Recherches Qualitatives*, *26*(2), 1-18.

Blanchard-Laville, C. (1999). L'approche clinique d'inspiration psychanalytique: enjeux théoriques et méthodologiques. *Revue française de pédagogie*, *127*, 9-22.

Blanton, M.L. & Kaput, J.J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M.J. Høines & A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). Bergen (Norway): PME.

Bourgeois, E. & Piret, A. (2010). L'analyse structurale de contenu, une démarche pour l'analyse des représentations. In L. Paquay, M. Crahay & J.M. De Ketele (Eds.), *L'analyse qualitative en éducation*: *Des pratiques de recherche aux critères de qualité* (2e éd.) (pp. 183-195). Bruxelles: De Boeck Université.

Bronner, A. (1992). *Étude didactique des nombres réels: Idécimalité et racine carrée*. Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier-Grenoble 1.

Bronner, A. (1997). Les rapports d'enseignants de troisième et de seconde aux objets « nombres réels» et « racine carrée ». *Recherches en Didactique des mathématiques*, *17*(3), 50-80. Brousseau. G. & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques, 11*(2), 167-210.

Buzaglo, G. (2011). *Dico-Math Secondaire*. Guérin: Montréal.

Cai, J. & Knuth, E. (2011). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. New York: Springer.

Carlson, M.P. (1998). A cross-Sectional Investigation of the Development of the Function concept. *CBMS Issues in Mathematics Education, Research in Collegiate Mathematics Education, 7*, 114-162.

Carlson, M.P., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 352-378.

Carpenter, T. & Franke, M. (2001). Developing algebraic reasoning in the elementary school: Generalization and proof. In H. Chick, K. Stacey & J. Vincent (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra. Proceedings of the 12th ICMI Study Conference* (Vol. 1. pp. 155-162).The University of Melbourne, Australia.

Carraher, D.W. & Schliemann, A.D. (2007). Early Algebra and Algebraic Reasoning. In F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp.669-705). Reston VA: NCTM and IAP.

Charlot, B. (1997). *Du rapport au savoir. Éléments pour une théorie*. Paris: Anthropos.

Chevallard, Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Première partie: l'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, *5*, 52-94.

Chevallard, Y. (1989a). *Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*. Séminaire de didactique des Mathématiques et de l'Informatique. Université J. Fourier, Grenoble, 211-235.

Chevallard, Y. (1989b). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie: la notion de modélisation. *Petit x*, *19*, 43-75.

Chevallard, Y. (1990). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Troisième partie : voie d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x*, *30*, 5-15.

.Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2003a). Approche anthropologique du rapport au savoir et Didactique des mathématiques. In S. Maury & M. Callot (Eds.), *Rapport au savoir et Didactique* (pp. 81-10). Paris: Éditions Fabert.

Chevallard, Y. (2003b). Savoirs et rapport(s) au(x) savoir(s). *Formation des formateurs, atelier du 26 novembre*: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/-et rapports-aux-savoirs.pdf

Chevallard, Y. (2005). Didactique et formation des enseignants. In B. David (Ed.), *Impulsions4*, (pp. 215-231). Lyon, France: INRP.

Comin, E. (2005). Variables et fonctions, du collège au lycée : Méprise ou quiproquo interinstitutionnel. *Petit x*, *67*, 33-61.

Dubois, C., Fénichel, M., & Pauvert, M. (2004). *Se former pour enseigner les mathématiques : 4. Nombres et Opérations, Fonctions numériques*. Armand Colin : Paris.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 37-65.

Einsenberg, T. (1992).On the development of a sense for functions. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, *5* (pp. 153-174), Washington, DC: Mathematical association of America.

Ellis, A.B. (2011). Algebra in the Middle School: Developing Functional Relationships Through Quantitative Reasoning. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization*: *A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 215-235). New York: Springer.

Evangelidou, A., Spirou, P., Elia, I., & Gagatsi, A. (2004). University students' conceptions of function. In M. Johnsen Høines & A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics of Education* (vol. 2, pp. 351-358). Bergen (Norway): PME.

Fikrat, L. (1994). *La notion de fonction et ses représentations*. Mémoire de Maîtrise. Université du Québec à Montréal.

Gagnon, D., Hote, F. & Provost-Larose, M-E. (2007). *Point de vue mathématique 2e cycle 1ère année* (1ère éd.). Laval: Grand-Duc.

González-Martín, A.S., Hitt, F., & Morasse, C. (2008). The introduction of the graphic representation of functions through the concept of co-variation and spontaneous representations. A case study. In O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the Internal Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 20th North American Chapter* (vol. 3, pp. 89-96). Morelia, Michoacán, México: PME.

González-Martín, A.S & Mamas Mavoungou, E.L. (2014). The pre-service training of primary teachers. What place is there for variation and covariation? In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl& D, Allan(Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th North American Chapter* (Vol. 6, p.311). Vancouver (Canada): PME.

González-Martín, A.S & Mamas Mavoungou, E.L. (à paraître). The institutional relationship with the notions of variation and covariation conveyed by primary school textbooks. An analysis of activities concerning patterns. Paper submitted to *Research in Mathematics Education*.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants: Genèses, collectifs, communautés, le cas des mathématiques. *Education et Didactique,2*(3), 7-34.

Hansson, O. & Grevholm, B. (2003).Preservice teachers' conceptions about $y = x + 5$: Do they see a function? In N. Pateman, B. Dougherty & J. Ziliox (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 15th North American Chapter* (Vol. 3, pp. 25-32). Honolulu: University of Hawaii: PME.

Hatisaru, V. & Kürşat Erbaş, A. (2010). Students' perceptions of the concept of function: the case of Turkish students attending vocational high school on industry. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *2*, 3921-3925.

Hitt, F. & González-Martín, A.S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA(Collaborative learning, scientific debate and sel-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics, 88*(2), 201-219.

Hitt, F. & Morasse, C. (2009). Advanced numerical-algebraic thinking: Constructing the concept of covariation as a prelude to the concept of function. *Education & Psychology*, *17*(7), 243-260.

Joshua, S. & Dupin, J.-J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris: Presses universitaires de France.

Kalali, F. &Venturini, P. (2007). Rapports au(x) savoir(s) : du concept aux usages. Symposium, *Actualité de la Recherche en Éducation et en Formation,* 1-5, Strasbourg.

Kaput, J.J. (1999). Teaching and Learning a new algebra. In E. I. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), Mathematics *Classrooms that promote understanding* (pp. 133-156). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra* (pp. 33-56). National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is It? *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Lafortune, L. & Pons, F. (2004). Le rôle de l'anxiété dans la métacognition: Une réflexion vers des actions. In L. Lafortune, P.A. Doudin, F. Pons & D.R. Hancock (Eds.), *Les émotions à l'école* (pp. 145-169). Québec : Presses de l'université du Québec.

Lajoie, C. & Barbeau, E. (2000). Des cours de mathématiques pour les futurs enseignants et enseignantes du primaire. In E. Simmit, B. Davis & J.G. Mcloughlin (Eds.), *Actes de la 24e rencontre annuelle du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM)* (pp. 35-41). Edmonton: Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques.

Mamas Mavoungou, E.L. & González-Martín, A.S. (2015). Developing the notions of variation and covariation through patterns: An institutional analysis of primary school textbooks. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds), *Proceedings of the 9th Congress of European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 496-497). Prague (Czech Republic): CERME.

Mamas Mavoungou, E.L. & González-Martín, A.S. (2016). How pre-service training influences future primary teacher's ability to grasp and teach the notions of variation and covariation through patterns. In C. Csíkos, A. Rausch & J. Szitányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 243-250). Szeged, Hungary: PME.

Makar, K. & Canada, D. (2005).Preservice teachers' conception of variation.In H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 273-280). Melbourne (Australia): PME.

Mary, C. &Squalli, H. (2006). Dispositif de formation à l'enseignement en adaptation scolaire à l'université de Sherbrooke. In N. Bednarz& C. Mary (Eds.), *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, «l'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés»* [Cédérom]. Sherbrooke: Éditions du CRP.

Maury, S. & Caillot, M. (2003). Quand les didactiques rencontrent le rapport au savoir. In S. Maury & M. Caillot (Eds.), *Rapports au savoir et didactiques* (pp. 13-32). Paris: Fabert.

Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports (MELS). (2009). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement préscolaire-primaire: Un programme de formation pour le XXIe siècle*. Gouvernement du Québec.

Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports (MELS). (2013). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire: Un programme de formation pour le XXIe siècle*. Gouvernement du Québec.

Morin, M.P. (2008). Les connaissances mathématiques et didactiques chez les maîtres du primaire: quatre cas à l'étude. *Canadian Journal of Education*, *31*(3), 537-566.

Morin, M.P. &Theis, L. (2006). Mesures d'aide en mathématiques pour soutenir les étudiantes et étudiants de la formation initiale qui présentent des difficultés. In N. Bednarz & C. Mary (Eds.), *Actes du 3e colloque international Espace mathématique francophone, « L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés »*. [Cédérom] Sherbrooke: Éditions du CRP.

Mosconi, N, (1996). *Pour une clinique du rapport au savoir*. Paris: L'Harmattan.

Moss, J. & McNab, S.L. (2011). Algebra in the school: Developing Functional Relationships through Quantitative Reasoning. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 277-288). New York: Springer.

Muchielli, A. (1996). *Dictionnaire des méthodes qualitatives en sciences humaines et sociales*. Paris: Armand Colin.

Noirfalise, A. &Matheron, Y. (2009). *Enseigner les Mathématiques à l'école primaire: Les quatre opérations sur les nombres entiers. Formation initiale et continue des professeurs des écoles*. Paris: Vuibert.

Oehrtman, M.C., Carlson, M.P. & Thompson, P.W. (2008).Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding. In M.P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and practice in undergraduate mathematics* (pp. 27-42). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education*, *40*, 83-96. DOI 10. 1007/s11858-007-0061-o

Radford, L. (2012). Grade 2 Students non-symbolic algebraic thinking. In J. Cai& E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives* (pp. 215-235). New York: Springer.

René De Cotret, S. (1988). Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d'accéder au concept de fonction ou de variable indépendante. *Petit x, 17*, 5-27.

Reuter, Y. (2013). *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques*(3e éd.). Bruxelles: De Boeck Université.

Rivera, F. & Becker, J.R. (2003). The effects of numerical and figural cues on the induction processes of preservice teachers. In N. Pateman, B. Dougherty & J. Ziliox (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 15th North American Chapter* (Vol. 4, pp. 63-70). Honolulu: University of Hawaii: PME.

Sabourin, P. (2009). L'analyse de contenu. In B. Gauthier (Ed.), *Recherche sociale*: *De la problématique à la collecte des données*(5e éd.) (pp. 415-444). Québec: Presses Universitaires du Québec.

Savoie-Zajc, L. (2009). L'entretien individuel en recherche qualitative. In B. Gauthier (Ed.), *Recherche sociale*: *De la problématique à la collecte des données* (5e éd.) (pp. 337-360). Québec: Presses Universitaires du Québec.

Schmidt, S. (1996). La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre. *Revue des sciences de l'éducation*, *22*(2), 277-294.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The concept of function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, *5* (pp. 25-58), Washington, DC: Mathematical association of America.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching, *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-23.

Sultan, A. & Artzt, A.F. (2011). *The mathematics that every secondary school teacher needs to know*. New York and London: Routledge.

Thompson, P.W. & Carlson, M.P. (à paraître). Variation, Covariation and Functions: Foundational Ways of Mathematical Thinking. In J. Cai (Ed.), *Third Handbook of Research in Mathematics Education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Thompson, P.W. (1994). Students, functions, and the undergraduate curriculum. In E. Dubinsky, A.H. Schoenfeld & J.J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education*(Vol.4, pp. 21-44). Providence RI: American Mathematics Society.

Thouin, M. (2014). *Réaliser une Recherche en Didactique*. Montréal: Éditions MultiMondes.

Van der Maren, J.M. (1996). *Méthodes de recherche pour l'éducation*(2e éd.).Montréal: PUM, Bruxelles: Édition de Boeck Université.

Walkowiak, T.A (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns. *Journal of Mathematical Behaviour*, *33*, 56-71.

Warren, E. (2003). The role of arithmetic structures in the transition from arithmetic to algebra. *Mathematics Education Research Journal*, *15*(3), 122-137.

Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. In H.L. Chick & J.L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychological of Mathematics Education*. (Vol. 4, pp. 305-312). Melbourne (Australia): PME.

Warren, E. & Cooper, T. (2008).Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(2), 171-185.

Yeşildere İmre, S. &Akkoç, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalising number patterns through school practicum.*Journal of Mathematics Teachers Education*, *15*, 207-226.

Annexe 1 : Certificat d'éthique

Université

De Montréal

28 mai 2015

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

Monsieur Eudes Libert Marnas Mavoungu
Candidat à la maîtrise
Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation

OBJET: Reconnaissance d'une approbation éthique

M. Eudes Libert Marnas Mavoungu,

Le *Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPERJ* a étudié le projet de recherche intitulé « Les rapports personnels des enseignants du primaire aux objets «variation» et «covariation» comme conséquence des choix institutionnels pour leur formation initiale.» et a délivré le certificat d'éthique demandé suite à la satisfaction des exigences précédemment émises.

Notez qu'il y apparaît une mention relative à un suivi annuel et que le certificat comporte une date de fin de validité. En effet, afin de répondre aux exigences éthiques en vigueur au Canada et à l'Université de Montréal, nous devons exercer un suivi annuel auprès des chercheurs et étudiants-chercheurs.

De manière à rendre ce processus le plus simple possible et afin d'en tirer pour tous le plus grand profit, nous avons élaboré un court questionnaire qui vous permettra à la fois de satisfaire aux exigences du suivi et de nous faire part de vos commentaires et de vos besoins en matière d'éthique en cours de recherche. Ce questionnaire de suivi devra être rempli annuellement jusqu'à la fin du projet et pourra nous être retourné par courriel. La validité de l'approbation éthique est conditionnelle à ce suivi. Sur réception du dernier rapport de suivi en fin de projet, votre dossier sera clos.

Il est entendu que cela ne modifie en rien l'obligation pour le chercheur, tel qu'indiqué sur le certificat d'éthique, de signaler au CPER tout incident grave dès qu'il survient ou de lui faire part de tout changement anticipé au protocole de recherche.

Nous vous prions d'agréer, Monsieur, l'expression de nos sentiments les meilleurs,

[redacted]

Pierre Lapointe, Président
Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER)
Université de Montréal PL/OS/os

c.c. Gestion des certificats, BRDV
Alejandro S. Gonzalez-Martin, professeur agrégé, Didactique-Faculté des sciences de l'éducation
Nicole Gaboury
p.j. Certificat CPER-15-057-D

3744 Jean-Brillant.B-430-8
C.P. 6128, suce. Centre-ville
Montréal QC H3C
3J7www.cper.umontreal.ca

Téléphone : [redacted]
cper@umontreal.ca

Annexe 1 suite

Université

De Montréal

N° de certificat
CPER-15-057-D

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

CERTIFICAT D'APPROBATIONÉTHIQUE

Le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPERJ, selon les procédures en vigueur, en vertu des documents qui lui ont été fournis, a examiné le projet de recherche suivant et conclu qu'il respecte les règles d'éthique énoncées dans la Politique sur la recherche avec des êtres humains *de l'Université de Montréal.*

Projet

Titre du projet	Les rapports personnels des enseignants du primaire aux objets «variation»et«covariation»commeconséquencedeschoixinstitutionnels pour leur formation initiale.
Étudiant requérant	Eudes Libert Marnas Mavoungu ([redacted] Candidat à la maîtrise, Didactique-Faculté des Sciences de l'éducation Université de Montréal

Financement

Organisme	Non financé
Programme	
Titre de l'octroi si différent	
Numéro d'octroi	
Chercheur principal No de cornte	

Approbation reconnue

Approbation émise par	non
Certificat:	s.o.

MODALITÉS D'APPLICATION

Tout changement anticipé au protocole de recherche doit être communiqué au CPER qui en évaluera l'impact au chapitre de l'éthique.

Toute interruption prématurée du projet ou tout incident grave doit être immédiatement signalé au CPER.

Selon les règles universitaires en vigueur, un suivi annuel est minimalement exigé pour maintenir la validité de la présente approbation éthique, et ce, jusqu'à la fin du projet. Le questionnaire de suivi est disponible sur la page web du CPER.

[redacted]

Pierre Lapointe,Président
Comitéplurifacultaired'éthique de la recherche
Université de Montréal

28 mai2015
Date de délivrance

1erjuin2016
Date de fin de validité

Annexe 2 : PCC du cours DID1000 Notions de mathématiques au primaire

DID1000 – Notions de maths au primaire

Notions de mathématiques au primaire

Éléments pédagogiques du programme

Crédits : 3
Nature du cours : magistral
Cours de 1ère année
Préalable(s) ou concomitant(s): aucun
Programme(s): BEFLS 1-821-1-0, BÉPEP 1-820-1-0 et 1-820-1-9
Bloc : hors programme
Responsable: Sophie René de Cotret
Dernière mise à jour : 2014.06.11

Présentation du cours

Descripteur de l'annuaire

Retour sur des notions mathématiques de base afin de questionner et d'expliquer leur fonctionnement : numération positionnelle, opérations, fractions, rapports et proportions, géométrie plane, statistiques descriptives.

Rôle et place du cours dans le programme

Ce cours est le premier lié aux mathématiques que les étudiants suivront dans leur formation (BÉPEP et BEFLS). Il a pour but de consolider l'apprentissage de notions de mathématiques utiles à l'enseignement au primaire telles que : numération positionnelle, opérations, fractions, rapports et proportions, géométrie plane. Il vise notamment à développer un rapport aux mathématiques où le questionnement, la compréhension et l'établissement de liens occupent une place fondamentale. Un tel rapport aux mathématiques est d'autant plus important que les futurs enseignants auront pour tâche de guider les élèves dans leur apprentissage des mathématiques. Ce cours cherche non seulement à ce que les étudiants puissent utiliser à bon escient des notions relatives à ces domaines, mais aussi et surtout à ce qu'ils comprennent leur fonctionnement et leurs fondements et puissent en rendre compte. Il contribue à développer le sens critique des étudiants à l'égard des mathématiques et à les inciter à se questionner sur leur propre conception des mathématiques.

Liens avec cours et stages précédents et suivants

Ce cours sert de base à l'ensemble des cours de didactiques des mathématiques qui suivront, lesquels pourront s'appuyer sur la consolidation des notions mathématiques qui aura été réalisée de même que sur le développement d'un rapport aux mathématiques dans lequel la justification est importante.

Compétences professionnelles et manifestations observables

Compétences professionnelles évaluées et leurs manifestations observables

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions

> 1.1.1 Démontrer une compréhension des savoirs mathématiques utiles à l'enseignement au primaire : Numération et nombres (naturels, fractions et décimaux), Opérations arithmétiques (sens, algorithmes, propriétés et processus personnels), Raisonnement proportionnel, Géométrie (Figures planes (triangles et quadrilatères), Mesure (longueur, aire, angle)
>
> 1.2.2 Porter un regard critique sur sa discipline et sur les contenus à enseigner en se questionnant sur les fondements (sur le « pourquoi ») de ces contenus
>
> 1.5.1 Prendre une distance critique par rapport à ses propres pratiques culturelles et prendre des moyens pour les enrichir et les diversifier, notamment en étudiant des solutions diverses à un même problème

2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante

> 2.4.1 Utilisation du vocabulaire précis et d'une syntaxe correcte non seulement au regard du français, mais aussi en ce qui a trait à la construction du vocabulaire mathématique et à l'utilisation des différents registres de représentation

2.6.1 Adopter des moyens concrets pour améliorer sa langue écrite et parlée et profiter des occasions de conceptualisation que permet le recours au langage pour communiquer ses idées, par exemple lors de la formulation de questions via internet.

Autres compétences développées et leurs manifestations observables

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation

3.2.1 Démontrer sa compréhension de la progression des apprentissages en fonction de la structure des contenus

3.2.2 Se sensibiliser à la transposition des savoirs savants en savoirs à enseigner dans une éventuelle situation d'enseignement-apprentissage

3.6.1 Identifier des conceptions et erreurs (notamment les siennes) qui pourraient constituer des obstacles au développement de nouveaux savoirs

3.6.3 Se sensibiliser à l'intérêt d'apprendre de ses erreurs et à l'importance d'aménager un milieu didactique propice à la validation

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel

11.1.1 Répertorier les compétences développées et les ressources mobilisées pour y parvenir

11.1.2 Préciser les mises à jour à réaliser dans sa pratique professionnelle et développer une attitude d'humilité et de curiosité face aux savoirs mathématiques et didactiques

11.2.2 Prendre du recul par rapport à ses choix pédagogiques et à ceux de ses collègues et être capable d'en discuter avec ouverture

Thèmes ou concepts (nombre d'heures à titre indicatif)

- Présentation de quelques systèmes de numération
- Étude du système de numération positionnelle dans des bases plus grandes ou plus petites que dix
- Opérations arithmétiques : sens, propriétés et algorithmes
- Naturels, décimaux, fractions et autres ensembles de nombres
- Pourcentage, rapports et proportions
- Raisonnement proportionnel et caractérisation de situations de proportionnalité
- Règle de trois et produit croisé
- Figures planes : propriétés, géométrie déductive et construction
- Périmètre et aire

Spécificités du cours, si nécessaire

Évaluations

- Examen intra 1 : Système de numération positionnelle, naturels et opérations (C1, C2)
- Examen intra 2 : Décimaux, fractions et opérations, pourcentage, rapports et proportions (C1, C2)
- Examen final : Tous les contenus (C1, C2)

Matériel pédagogique

Références bibliographiques principales

DE CHAMPLAIN, D., MATHIEU, P., PATENAUDE, P. ET TESSIER, H. (1996). *Lexique mathématique. Enseignement secondaire (deuxième édition, revue et corrigée)*, Les Éditions du Triangle d'Or inc., Québec.

DELEDICQ, A. (2004). *Maths. La petite encyclopédie –Collège*, Éditions de la Cité, France.

PAULOS, John A. (1989). *Innumeracy. Mathematical illiteracy and its consequences.* Hill and Wang, New York, 135 pages.

LINES, Malcom E. (1999). *Dites un chiffre (traduction).* Flammarion, Paris, 251 pages.

MANKIEWICZ, Richard (2000). *L'histoire des mathématiques*. Seuil, Paris, 192 pages.

- Manuels scolaires du secondaire, dont notamment :

COUPAL, M. (2005-2006). *À vos maths ! Mathématique 1er cycle du secondaire*, Manuels A, B, et C, Ed. Chenelière Éducation, Montréal.

COUPAL, M. & MAROTTE, L. (2006). *À vos maths ! Mathématique 1er cycle du secondaire*, Manuel D, Ed. Chenelière Éducation, Montréal.

Matériel obligatoire

Recueil de problèmes, exercices et notes du cours.

Politiques communes aux cours du programme

[indiquer, s'il y a lieu, les politiques communes aux cours du programme, autres que celles déjà prévues dans le Règlement des études de 1er cycle]

Nom des personnes ayant contribué à la rédaction

Sophie René de Cotret, France Caron, Annette Braconne-Michoux, Michel Coupal, Ismaïl Mili

Date d'adoption par les instances

Comité BÉPEP 2013.10.31

Assemblée DID 2013.12.17

CCE 2013.12.18

Conseil de Faculté 2014.06.11

Annexe 3: PCC du cours DID2204 Didactique de l’arithmétique 2

DID2204 – Didactique de l’arithmétique 2

Didactique de l’arithmétique 2

Éléments pédagogiques du programme

Crédits : 3
Nature du cours : magistral
Cours de 4e année
Préalable(s) ou concomitant(s): DID1204, DID3204
Programme(s): BÉPEP 1-820-1-0 et 1-820-1-9
Bloc : [sera rempli par le CFIM]
Responsable: Louise Poirier
Dernière mise à jour : 2015.08.10

Présentation du cours

Descripteur de l’annuaire

Étude de concepts, procédures, attitudes et raisonnements en arithmétique et statistique (apprentissages subséquents). Repères historiques, épistémologiques et didactiques. Situations didactiques, ingénieries et évaluation.

Rôle et place du cours dans le programme

Ce cours est le dernier de la séquence de cours de didactique des mathématiques au BÉPEP. Il revient sur l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes, développe le jugement critique au regard de la transposition didactique et outille les étudiants pour le choix et l'élaboration de situations d'apprentissage et d'évaluation. Il cible la didactique de l'arithmétique aux deuxième et troisième cycles du primaire, et revient sur les liens exploitables avec la mesure (volume et aire), les probabilités et la statistique.

Liens avec cours et stages précédents et suivants

Ce cours s'appuie sur les cours précédents DID1000 – *Notions de mathématiques au primaire*, DID4213 - *Didactiques des mathématiques*, DID1204 - *Didactique de l'arithmétique 1*, DID3204 – *Didactique de la géométrie* pour développer les connaissances et les compétences des étudiants au regard de la didactique de l'arithmétique, principalement en ce qui trait aux dernières années du primaire. En outillant pour le choix et l'élaboration de situations d'apprentissage et d'évaluation, le cours prépare l'étudiant à la planification de séquences didactiques en mathématiques pour son 4^{e} stage.

Compétences professionnelles et manifestations observables

Compétences professionnelles évaluées et leurs manifestations observables

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.

> 1.1.1 Démontrer une compréhension des savoirs arithmétiques enseignés au 2^{e} et 3e cycle du primaire, et des liens qui les lient à la mesure, aux probabilités et à la statistique
>
> 1.3.1 Établir des liens entre la culture de ses élèves et les différents objets de culture du programme de formation, en apprenant à intégrer les différents pans de l'histoire des mathématiques et leurs utilisations actuelles à l'enseignement de l'arithmétique
>
> 1.5.1 Prendre une distance critique par rapport à ses propres pratiques culturelles et prendre des moyens pour les enrichir et les diversifier, en accordant une place importante à la résolution de problèmes en classe de mathématiques

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.

> 3.1.1 Justifier ses choix didactiques et pédagogiques en faisant référence aux savoirs issus de la recherche en didactique des mathématiques en général (notamment avec la Théorie des situations), et celle de l'arithmétique en particulier

3.2.2 Examiner les produits du processus de transposition didactique des savoirs mathématiques visés, en ne perdant pas de vue les finalités de l'enseignement des mathématiques

3.6.3 Donner aux élèves les moyens d'apprendre de leurs erreurs, en aménageant le milieu didactique pour qu'il soit propice à l'auto-validation

3.7.1 Relier les compétences à des situations de la vie courante , en s'intéressant à des contextes authentiques d'utilisation des notions et en développant une meilleure compréhension de la modélisation mathématique

3.7.2 Apprécier la valeur des tâches complexes qui mobilisent la modélisation mathématique et le raisonnement

5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre

5.2.1 Sélectionner ou mettre au point des situations d'évaluation propres à faire le bilan des acquis

5.2.3 Porter un jugement professionnel sur le degré d'acquisition des compétences mathématiques des élèves

8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel

8.1.1 Justifier ses usages des TIC et de la calculatrice en particulier en lien avec sa vision de leur rôle dans l'enseignement et l'apprentissage ainsi qu'en fonction de leur place dans la vie des élèves et dans la société en général

8.4.2 Guider les élèves dans leur instrumentation et leur exploitation raisonnée des calculatrices et autres outils de calcul

Autres compétences développées et leurs manifestations observables

2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante

2.2.1 Appliquer les règles de la langue écrite standard dans toutes ses productions écrites

2.4.1 Utiliser un vocabulaire didactique précis et une syntaxe correcte

2.4.2 Faire un usage pertinent d'exemples ou d'analogies pour faciliter l'apprentissage

2.5.1 Démontrer une compréhension juste de ce qu'est une erreur langagière en résolution de problèmes

Thèmes ou concepts (nombre d'heures à titre indicatif)

- Multiplication et division
    - Sens et propriétés
    - Manipulation et conceptualisation
    - Processus : algorithmes anciens et conventionnels, processus personnels
    - Calcul mental et raisonnement
    - Calcul assisté par la calculatrice
- Facteurs et divisibilité
- Nombres rationnels
    - Représentations fractionnaire et décimale
    - Nombres décimaux
- Structures multiplicatives et résolution de problèmes
    - étude des conceptions, erreurs, difficultés langagières, et obstacles (transposition didactique, Ingénierie didactique : analyses préalables, conception, analyse a priori et a posteriori, contextualisation et modélisation)
    - modélisation et représentation
    - différenciation et variables didactiques
    - apprentissage et évaluation

Spécificités du cours, si nécessaire

- Analyse des programmes et manuels,
- Analyse de productions d'élèves
- Choix et conception de situations d'apprentissage et d'évaluation.

Évaluations

- Examen intra (C 1, 3)
- Examen final (C 1, 3)
- Travaux pratiques (C 3, 5 et 8)

Matériel pédagogique

Références bibliographiques principales

BRIAND, J. et CHEVALIER, M.C. (1995) Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques. Paris : Hatier.

Collectif, Le plaisir des mathématiques, Vie pédagogique, Sept.-Oct. 2005,

DE CHAMPLAIN, D., MATHIEU, P. et TESSIER, H. (1999) Petit lexique mathématique. Mont-Royal : Modulo Éditeur.

DELEDICQ, A. (1998) Mathématiques – Collège. Paris : Éditions de la Cité.

GAMO, S. (2007) La résolution de problèmes. Paris : Bordas Éditions.

LETHIELLEUX, C. (1994) Le calcul mental au cycle des approfondissements. Paris : Armand Colin.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001). Programme de formation de l'école québécoise, Gouvernement du Québec, Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT (2009). Progression des apprentissages au primaire - Mathématiques, Gouvernement du Québec, Québec. http://www.mels.gouv.qc.ca/progression/mathematique/

PALLASCIO, R. (2003) Le secret des Cybermatics, Québec, Le Loup de Gouttière.

PALLASCIO, R. (1992) Mathématiques instrumentales et projets d'enfants, Mont-Royal, Modulo Éditeur.

POIRIER, L. (2001) Enseigner les mathématiques au primaire – Notes didactiques. Montréal : Éditions du Renouveau pédagogique Inc. (ERPI).

Matériel obligatoire

VAN de WALLE, J. A. et LOVIN, L. H. (2008) L'enseignement des mathématiques – L'élève au centre de son apprentissage. Tome 2 – de la quatrième à la sixième année. Montréal : Éditions du Renouveau pédagogique Inc. (ERPI). Manuel obligatoire.

Politiques communes aux cours du programme

Nom des personnes ayant contribué à la rédaction

France Caron, Sophie René de Cotret, Annette Braconne-Michoux

Date d'adoption par les instances

Comité BÉPEP 2013.10.31

Annexe 4 : Verbatim de l'entrevue de l'étudiant maître EM22

<u>Question 1</u>

Interviewer : Pourriez-vous nous parler de votre cheminement scolaire avant d'entrer en formation des maîtres du préscolaire-primaire?

EM22 : « *J'ai été instruite au Québec, j'ai fait mon primaire, mon secondaire ici, mon secondaire dans un collège privé, le Cegep en deux ans ensuite j'ai fait une formation en psychologie à l'UQÀM pour finalement tomber dans le Bac en enseignement préscolaire-primaire à l'université de Montréal*. »

<u>Question 2</u>

Interviewer :Dans votre cheminement, en tant qu'élève avant d'entrer en formation des maîtres du préscolaire-primaire, aimiez-vous vos cours de mathématiques?

EM22 : « *<u>Oui</u>, j'ai toujours aimé les mathématiques, mon père est un enseignant de mathématiques au secondaire. Donc, chez moi les maths ça toujours fait partie du quotidien.*

Interviewer : Aviez-vous de la facilité avec les contenus des cours de mathématiques?

EM22 : *J'ai toujours aimé ça. J'ai toujours bien aimé tout ce qui m'était enseigné.*

Interviewer : Quels contenus aimiez-vous le plus? Quels contenus aimiez-vous le moins? Pourriez-vous expliquer pourquoi?

EM22 : *J'avoue que j'ai un faible pour l'algèbre, ça c'est quelque chose que j'ai beaucoup aimé. Tout ce qui est de la logique, résolution de problèmes, mais j'ai toujours détesté les statistiques. On dirait que dès que je vois des statistiques, des pourcentages, ça fonctionne pas il y a quelque chose que j'aime pas. Je vais être capable d'en faire, d'en analyser ou d'en interpréter. Mais j'aime pas ça, je suis pas portée vers les statistiques. L'algèbre, je sais pas. Je pense que c'était, le fait qu'on utilisait des lettres au lieu des chiffres c'était tellement mystérieux il fallait trouver la solution, on dirait que j'aimais ça.*»

Question3

Interviewer : Quelle est votre appréciation sur le questionnaire que vous avez complété tout récemment? Avez-vous trouvez les questions faciles ou difficiles? Quelles ont été pour vous les questions les plus difficiles? Pourriez-vous expliquer?

EM22 : « *C'était difficile de repenser. En fait les questions qui touchaient par exemple à donner des expressions algébriques des problèmes comme celui-là, des problèmes plus concrets où là je devrais vraiment résoudre le problème, ça été un peu long avant d'y parvenir parce que là ça faisait longtemps que je n'en avais pas fait et de me remettre là-dedans, pis de me remettre comment exprimer une règle, comment trouver une règle, là ça été difficile mais je pense que j'ai peut-être réussi, je sais pas. En tout cas mais ça l'est plus difficile.*

Question 4

Interviewer : Dans l'activité C, Pourriez-vous expliquer à haute voix le raisonnement que vous avez suivi pour trouver les réponses aux différentes questions?

EM22 : *Ok là bon, la question… je vais juste me remettre dans le problème. La question*! *On me présentait des triangles là on me demandait la règle en fait qui exprimait la relation entre le nombre de bâtonnets utilisé pour faire les triangles et le nombre de triangles. Je pense que ce que j'ai fait j'ai compté à chaque forme qui m'était présentée, j'ai compté par exemple là le a) je me suis dit ok trois bâtonnets, donc 3; 3, 6, 9; 3, 6, 9 ok donc là j'ai commencé par faire ça pis ensuite en me disant si je devais rajouter une quatrième figure à quoi elle ressemblerait. Donc elle ressemblerait à j'ai 4 triangles 1 à côté de l'autre, ce qui me demanderait d'avoir 12 bâtons. Je me suis dit ok. Pour penser à ça, donc j'ai compris comment ça fonctionnait maintenant est-ce que je suis capable de donner, comme on me demandait, une expression algébrique pour résoudre çà pour que ce soit toujours vrai pour peu importe la figure. C'est qu'elle figure que je veux représenter, je sais que je vais avoir le nombre de bâtons si j'utilise la règle. Je pense que j'y ai été comme ça. Sinon, c'est ça, je pense que c'est surtout ça. La première question on me disait combien de bâtonnets faudra-t-il pour construire la sixième figure? Bon c'est ça que j'ai fait, y a pas de traces de ma démarche alors qu'en fait c'est ce que j'ai fait, je me suis dit ok la figure numéro 4 on aurait 12, la figure 5 on aurait 15 donc la sixième on aurait 18 si je continuais parce que j'en en ajoute toujours trois. La b) mais non oh c'est drôle j'ai pas répondu. Quelle serait la position d'une figure qui* *compte 21 bâtonnets? En ce moment-là ce serait, en tout cas pour ce qui est ici ce serait la figure suivante, la septième (silence = hésitation) hummmmm! oui parce que la septième figure en tout cas pour celui-là, parce que j'aurai besoin de sept triangles à trois bâtonnets chacun, donc 7 fois 3, ça fait 21. Pour celle-ci par contre, heu! Est-ce qu'en fait on me demandait la position qui 21 bâtonnets autant pour la première suite que pour la deuxième.*

Interviewer : *Oui pour les deux suites*

EM22 : *Ah ok bon, bé là si je réfléchis mettons là (rire). Pour la deuxième suite (silence = hésitation ou temps de réflexion), peut-être la dixième figure. La 7e pour la première, la 10e pour la seconde suite.*

Interviewer : Et comment êtes-vous arrivé à la 10e figure?

EM22 :*Je me suis dit si la règle que j'ai inscrite au bas de la feuille ici est valide, heu je veux qu'il y ait 21 bâtonnets au total. Pis je cherche ça va être combien de triangles que je vais devoir présenter, en fait que je remplace. Parfois ici je me suis dit ok qu'est-ce que ça prend 2 fois quoi plus 1 donne 21: 2 fois 10 plus 1 donc la 10e figure devrait, en fait j'aurais besoin de 10 triangles donc!! Comment c'est placé ici je me suis dit donc la 10e figure devrait avoir 21 bâtonnets. Je me suis servi de la règle pour essayer de trouver la réponse.*

Interviewer :Est-ce que selon vous il y a quelque chose qui caractérise ces deux quantités, le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles?

EM22 : *C'est une bonne question mais pour la première en tout cas c'est sûr que le nombre de bâtonnets c'est comme un multiple de la position de la (...) ouia ce serait comme un multiple de la position parce qu'on fait toujours trois fois, je sais pas comment l'exprimer. Je vois, je vois plus de relation dans la première suite que dans la deuxième. Mais je sais pas comment la qualifier, non je sais pas.*

Interviewer : Comment pourriez-vous appeler le fait qu'une quantité, ici le nombre de bâtonnets, change de valeurs. Quand une quantité change de valeurs, vous aurez un nom pour qualifier ça, un nom, une mathématique ou un nom courant de tous les jours?

EM22 : *(Silence) C'est une bonne question, je vois que ça change, je vois que là j'ai trois bâtonnets, là j'en avais 6, là ensuite 9, puis il faut que j'en ajoute. Cette quantité augmente dépendamment de la figure représentée, oui ça augmente, ça se multiplie, ça s'additionne, j'en ajoute de plus en plus mais sinon je saurai pas comment la décrire, on dirait que je la vois pis je sais pas comment utiliser quels mots choisir pour décrire ce que je vois.*

Interviewer : Comment pourriez-vous appeler le fait qu'une autre quantité (le nombre de triangles) change de valeur parce qu'une autre quantité (le nombre de bâtonnets)de valeurs? Auriez-vous une notion mathématique ou un mot pour désigner cela?

EM22 :*Peut-être mais je l'ai pas en tête, oui je le vois, je vois que les deux changent ensemble, mais j'ai pas le mot.*

Interviewer : Ces règles ou formules quelles notions mathématiques elles peuvent traduire pour vous, ce serait quoi?

EM22 : *Ha ça ici je vois qu'on fait comme de la multiplication. Ben c'est sûr que je pourrai reprendre cette règle là avec dans un graphique là, avec les droites là quand on faisait x, y. Non, le plan cartésien vous le dire. Quand on mettait l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées et qu'on essayait de trouver la règle d'une droite selon les points. J'essaie (rire= gêne) de chercher, j'ai pas les mots.*

Question 5

Interviewer : Selon vous le genre d'activités de la question C est-elle importante pour les élèves de l'école primaire? Si oui, pourriez-vous expliquer pourquoi c'est utile au primaire ou qu'est-ce que cela permet de travailler au primaire?

EM22 :« *Heu je l'ai pas travaillé encore durant mes stages ou ma surveillance, mais je vois que c'est utile. Mais en fait non c'est pas vrai. J'ai travaillé un peu les suites avec les élèves de maternelle. Mais là c'est sûr qu'on compter pas le nombre de bâtons, qu'on trouvait pas de règle mais de juste observer que je peux faire changer, je peux créer une évolution avec des objets, de juste observer le phénomène, ça je l'ai fait avec les plus jeunes. Je vois aussi l'intérêt de le faire avec les élèves, juste pour essayer de créer un genre de relation entre les objets que j'utilise pour faire une forme et la quantité de formes que je peux faire. Heu, Je trouve que c'est utile, oui à certain point, heu peut-être pas d'aller jusque dans l'algèbre, mais de juste discuter de règle qu'on peut établir, pis d'être capable de prévoir, d'estimer ce qui pourrait arriver si je continue avec la même logique être capable de projeter dans le futur. Je vois l'intérêt.*

Question 6

Interviewer : Pourriez-vous dire si le genre d'activités des questions B et C sont présentes dans les manuels scolaires du primaire ou si vous les avez déjà rencontrées au cours de vos stages professionnels dans les écoles?

Question 7

Interviewer : En tant que futur enseignant, pourriez-vous dire si le programme de formation de l'école québécoise recommande de travailler au primaire le genre d'activités des questions B et C?

Question 8 :

Interviewer : Mais donc si je reviens sur ces règles est-ce que ce que vous avez vu dans vos cours en formation, c'est ce qui vous a permis de trouver ces règles ou bien ce sont vos connaissances de l'expérience?
EM22 : *Non, c'est certainement pas mes cours dans la formation, heu je me souviens pas d'avoir vu ça dans ma formation à l'université, en didactique. Ça je me suis basée qu'est-ce que je faisais au secondaire, j'ai essayé de m'en souvenir pis j'ai abordé le problème juste dans un esprit de logique en me disant ok je veux obtenir cette réponse comment je vais faire, c'est de cette façon.*
Interviewer : Vous ne serez donc pas capable de le faire sans votre expérience du secondaire?
EM22 : *Oui! ça serait ça oui. Honnêtement c'est pas ce que j'ai vu au Cégep ou à l'université ou dans toutes mes années à l'université. J'ai essayé de me replacer au secondaire quand j'en ai fait, oui!!!*

Question 9

Interviewer : Dans vos réponses au questionnaire, vous dites avoir vu brièvement ce genre d'activités en formation des maîtres du préscolaire-primaire, pourriez-vous vous souvenir de l'objectif de l'activité ou ce qui était demandé?
EM22 : *J'en ai déjà vu oui mais c'est ça mais comme je dis j'en ai pas fait moi personnellement avec les élèves sauf pour la maternelle, on faisait juste regarder des formes. Mais il me semble que j'ai en vue dans des manuels scolaires approuvés par le MELS là.*

Probablement le troisième cycle, probablement le troisième parce que c'est là que, c'est dans les classes de troisième cycle que j'ai fait mon stage donc si j'en ai vu dans les manuels, j'imagine que c'était là, dans les classes de troisième cycle oui.

<u>Question 10</u>

Interviewer : Seriez-vous prêt à travailler, dans vos futures enseignements, le genre d'activités des questions B (suites numériques) et C (suites figurales ou patterns) avec vos élèves? Si oui, avec quel objectif?

EM22 : *Avec de beaucoup de préparation, oui, je serai prête à le faire. Faudrait que moi je me prépare, que je m'informe, que j'aille relire mes manuels scolaires, relire mes livres juste pour être certaine d'avoir la bonne information à transmettre là. Oui je serai prête à le faire.*

Interviewer : En ce moment ce serait avec quel objectif, qu'est-ce que vous voudrez que vos futurs élèves retiennent de telles activités?

EM22 : *Hum (silence) bonne question. Pour moi en ce moment-là si j'oublie la question C là je vais juste regarder quand on me demandait à moi de prévoir le nombre de bâtonnets à construire pour par exemple la sixième figure de la suite ou à quelle figure correspond un certain nombre de bâtonnets, si je regarde ça ben j'aurai en tête (silence) au niveau de.... comment le dire? de pouvoir faire observer à mes élèves des régularités comme çà, de pouvoir leur montrer que oui si on est capable de prévoir dans ce contexte-là qui est très concret là, très dirigé mais je peux le faire aussi dans mon environnement, si je peux essayer de trouver des règles dans ce que je vois pour essayer de m'aider dans le fond à comprendre ou à juste estimer qu'est-ce qui pourrai se passer.*

Interviewer :Et donc pour vous les autres aspects de cette question seraient un peu difficiles pour les élèves?

EM22 : *Peut-être, en même temps je sais pas, j'ai pas assez d'expérience. Peut-être, mais il me semble que moi les expressions algébriques j'en ai pas fait au primaire, en tout cas de mon souvenir, donc c'est pour ça je me dit que peut-être pas. D'un autre côté ça se peut que les élèves soient en mesure de le faire, donc... mais instinctivement je commencerai pas à faire ça. Je m'y rendrai si je vois que mes élèves sont bons pis qu'ils comprennent bien qu'on peut avoir des règles comme çà oui.*

Question 11

Interviewer : Pourriez-vous dire si vous privilégierez de travailler avec les suites numériques ou les suites figurales ou s'il est important de travailler les deux types de suites?

EM22 : *Non, les deux peuvent aller, j'irai avec les deux parce que je considère que j'ai certainement des élèves qui seraient plus à l'aise de comprendre la régularité avec des forme pis d'autres avec des chiffres, donc je verrai les deux pour voir que de tout façon peu importe ce qu'on a devant nous on est capable de trouver une règle. Ouia je verrai les deux.*

Interviewer : Dans vos réponses au questionnaire, vous dites avoir vu brièvement ce genre d'activités en formation des maîtres du préscolaire-primaire, pourriez-vous vous souvenir de l'objectif de l'activité ou ce qui était demandé à faire?

EM22 : *En fait y avait des cartons sur lesquels il y avait de formes de représentées pis ils devaient être capables de dessiner la prochaine. C'était pas tellement de compter un nombre d'objets pour faire des formes là c'est un c'était plus une suite triangle-carré-cercle, Triangle-carré-cercle, quelle sera la prochaine dessine-la. Oui c'est ça y avait quand même une logique dans la suite pour que les élèves de 5 ans puissent trouver la prochaine figure à dessiner sur la feuille. C'était vraiment de l'éveil qu'on commençait à faire un petit peu avec eux.*

Question 12

Interviewer : Pourriez-vous expliquer comment en tant que futur enseignant vous amènerez vos élèves à trouver la règle ou formule dans l'activité C, par exemple, qui permet de trouver le nombre de bâtonnets pour n'importe de la suite?

EM22 : *Mais je dirais regarde par exemple la première suite qu'est-ce que tu remarques entre le 1 et le 3 qu'est-ce que j'ai fait pour arriver à 3. J'ai fait plus 2 ok ensuite prochain terme entre le 3 et le 5, qu'est-ce que j'ai fait, j'ai encore plus 2, 3 plus 2 fait Ok. Continues comme ça, bon je remarque que j'ai toujours plus 2, j'additionne toujours 2 pour ensuite parvenir au prochain terme. Donc si je veux continuer la suite, je me suis arrêter à 11 quel serait mon prochain terme, j'additionne 2 à 11, 11 plus 2 donne 13 alors le prochain terme serait 13 Donc oui tu as dois toujours ajouter 2 au nombre que tu avais pour ensuite obtenir le nombre suivant. Je l'expliquerai peut-être comme ça en essayant de voir quelle la relation entre deux nombres de la suite pour voir la régularité de la suite qui est par exemple plus en tout dans ce* *cas-là. Oui en ce moment se serait plus mais je l'expliquerai de la même façon. Je crois que c'est comme ça que je l'expliquerai parce que ce serait clair.*

<u>Question 13</u>

Interviewer : Selon vous, quelles difficultés pourraient rencontrer les élèves lorsqu'ils travaillent avec le genre d'activités des questions B (suites numériques) et C (suites figurales)?

EM22 : *ben c'est sûr peut-être avec les figures, j'en ai peut-être qui oublieraient de compter par exemple celles qui sont collées l'une à l'autre, peut-être que j'en aurai qui oublieraient de compter qu'il y a des bâtonnets de chaque côté de la figure que là soudainement c'est que si je représente trois triangles un collé sur l'autre, qu'ils ont des côtés adjacents et non pas un trapèze et que là peut-être je compterai mal le nombre de bâtonnets pis ça m'induirais en erreur pour le reste. J'aurai peut-être ça c'est sûr au niveau de juste de l'observation de la figure et des erreurs de calculs c'est sûr, des erreurs de compréhension de ce que je recherche, de voir que y a vraiment une relation entre le nombre de bâtonnets que j'utilise et la place de ma figure dans ma suite comme quoi les deux sont reliés. Heu!!je sais pas quelle erreur aussi je pourrai voir, quel type de difficulté. On dirait que c'est ce que je vois là pour l'instant.*

Annexe 5: Verbatim de l’entrevue de l’étudiant maître EM29

Question 1

Interviewer : Pourriez-vous nous parler de votre cheminement scolaire avant d’entrer en formation des maîtres du préscolaire-primaire?

EM29 : *Oui, alors j'ai fait mon parcours régulier le préscolaire-primaire, secondaire, cégep et j'ai aussi un bac DHCC en gestion de ressources humaines et j'ai travaillé quelques années et là je suis revenu à l'école, alors c'est ça j'ai commencé le BEPEP puis je suis en quatrième année. C'est après le Cégep, j'ai mon DEC en sciences humaines et puis ensuite quand je suis allée au EHC ben c'est un programme baccalauréat là trois ans, 2 ans de tronc ensuite la troisième année on choisit la spécialisation. Alors j'ai fait de la comptabilité la finance, marketing TI, un peu de mathématique: 2 cours de mathématiques si je suis me souviens bien, un en statistiques et un en modélisation. C'est mon deuxième baccalauréat là.*»

Question2

Interviewer : Dans votre cheminement, en tant qu’élève avant d’entrer en formation des maîtres du préscolaire-primaire, aimiez-vous vos cours de mathématiques? Aviez-vous de la facilité avec vos cours de maths?

EM29 : *Oui, je dirai que heu généralement j'étais assez forte à l'école. Donc j'étudie je regarde mes choses quand je suis bien d'accord et puis mathématiques, oui en fait j’ai toujours bien aimé ça, heu j'ai toujours bien réussi alors j'ai une bonne relation là si on veut avec les mathématiques. Donc j'ai pas peur là, j'aime ça.*

Interviewer : Quels contenus aimiez-vous le plus et quels contenus aimiez-vous le moins. Pourriez-vous expliquer pourquoi?

EM29 : *Heu peut-être arithmétique, statistiques mais comme l'algèbre par exemple j'en ai pas fait depuis longtemps depuis le cégep alors c'est un peu plus loin là on j'ai un cours de géométrie, j'aime bien la géométrie aussi. Ouia je dirais géométrie, arithmétique donc jouer avec les nombres, disons les différentes opérations heu et puis statistiques aussi. Disons que c'est venu un peu plus tard. Quand j'étais au HCC j'ai fait un cours, ça c'est le cours que je* *classerai le plus difficile en mathématiques c'était la modélisation. Modélisation, j'ai trouvé plus difficile. Ça bien été quand même en cours mais là on avait des problèmes avec plusieurs variables et puis en fait c'était à nous de déterminer les variables. Dans le fond ça touche un peu à l'algèbre on voyait par exemple dans une université si on doit faire heu l'aura de tous les élèves donc là on avait plusieurs contraintes heu les élèves sont inscrits dans différents programmes, là on a tel cours et les cours sont disponibles de telle à telle heure etc. donc là fallait vraiment créer avec excel. Je me souviens qu'on pouvait pas le calculer par nous-même et puis donc on utilisait les macros dans excel qui calculait pour nous le résultat optimal heu ça j'ai trouvé ça plus difficile parce que fallait conceptualiser, donc je pouvais écrire sur une feuille tout ce que je voulais là il y avait une partie qui se faisait avec le logiciel. Tout ce qu'est pas concret, que je peux pas manipuler, si on veut oui je trouve ça plus difficile.*

<u>Question 3</u>

Interviewer : Dans l'activité C, Pourriez-vous expliquer à haute voix le raisonnement que vous avez suivi pour trouver les réponses aux différentes questions?

EM29 :*Ok donc c'est que là c'est certain que je voulais voir comment la suite allait évoluer et essayer de trouver une règle plutôt d'avoir à aller éléments par élément parce que bon la sixième figure ça va mais si on avait demandé la centième, un moment donné les dessiner c'est un petit peu trop long. J'avais 18 bâtonnets pour la première suite donc j'avais vu que dans le premier élément de la suite on a trois bâtonnets, le deuxième on a six bâtonnets, le troisième on a neuf bâtonnets, donc on a trois bâtonnets par triangle donc et c'est le nombre de triangles fois le nombre de bâtonnets total qui nous donne le nombre de bâtonnets total. Donc le sixième triangle, heu donc j'ai dit six triangles fois trois bâtonnets par triangles ça fait 18 bâtonnets. Ensuite pour le numéro deux comment j'ai fait ça. On aura aussi six triangles mais disposés ainsi ah oui donc c'est ça, alors là j'ai suivi la suite et je l'ai fait vraiment celle-là je l'ai dessinée là donc au début pour m'aider. Et là c'était plus difficile parce que il y a des côtés en fait qui sont communs à deux triangles donc là je pourrai pas y aller tout simplement par le nombre de triangles fois le nombre de côtes ou bâtonnets alors j'ai fait mon petit dessin de six triangles en suivant la bonne disposition et puis les ai compté. Alors donc ça me donnait 13 bâtonnets. Alors dans la première suite, étant donné que les triangles sont tous distincts là. Donc j'ai divisé le nombre de bâtonnets par trois parce qu'on trois bâtonnets par triangles et* *donc ça me donnait sept triangles et étant donné qu'un triangle de plus qui est en avance dans la suite, j'ai su que ça va être la septième figure qui va avoir sept triangles. Pour la suite suivante euh là je suis allée en fait j'ai remarqué que à chaque fois qu'on passé d'un élément à un autre dans la suite on ajoutait deux bâtonnets et non trois parce qu'il y a un côté qui est commun. Donc j'ai écrit la suite vraiment là un nombre après l'autre alors j'ai commencé avec le trois, le cinq, sept comme ça en faisant ma suite en ajoutant toujours deux ben là j'ai compté ben en fait j'ai regardé celui qui avait ben j'ai compté à combien était la vingtième figure. J'aurai pu faire une phrase mathématique là mais j'ai pas le... suis allé tout simplement j'ai écris le 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17,19, 21 et 21 c'était la dixième figure alors c'est ça. Pour le c) pour la première suite en fait c'était ça que j'avais trouvé un peu là sans me rendre compte à la question A. 1 mais A pour la première suite donc je m'apercevais que heu il fallait faire ben là j'ai mis des petites variables là donc soit b le nombre de bâtonnets et t le nombre de triangles alors donc si on a un triangle ben on le multiplie par trois et ça nous donne le nombre de bâtonnets. Donc le nombre de bâtonnets égal trois le nombre de triangles. Pour le 2, le 2 j'ai eu plus de difficulté (éclats de rire). Je sais plus trop comment j'ai réussi c'est ça j'ai développé. Attends j'essaie de voir comment je m'étais prise J'avais remarqué, c'est ça il y avait toujours un plus 2 alors je suis partie je pense ouia je suis partie de la phrase beh de l'expression algébrique que j'avais utilisée dans la première suite qui était b = tx3 donc le nombre de bâtonnets égal le nombre triangles fois trois, mais là je me suis rendue compte que en ce moment-là fallait que j'enlève des bâtonnets étant donné que y avait des côtés qui allaient se retrouvaient en commun. Sauf que dans mon premier triangle t moins 3, donc le premier ici là c'est 3 donc fallait que ma phrase me donne trois, alors je me suis dit si j'ajoute une variable faut que je tienne compte du nombre de triangles et que j'arrive à résultat de zéro pour que mon si mon tx3 moins zéro reste à trois pour mon premier élément - je sais pas si c'est bien clair j'essaie de ok- ensuite qu'est-ce que j'ai fait ensuit? Là tatata ouia là j'étais allé développer heu... ici donc tx3 moins t moins 1 alors ça donne donc trois t moins t plus un donc 3t moins t égal 2t plus un . Alors en fait ça correspond à la réponse que j'ai donné que le nombre de bâtonnets est égal deux fois le nombre de triangles plus un mais avant de parce que ça je l'ai comme constaté vers la fin en réalité parce que je l'avais, j'ai fait des tests ah oui c'est j'ai placé des nombres dans l'expression algébrique que j'avais utilisée pour vérifier si ça fonctionnait toujours. Donc pour le premier: 3, je me suis dit 1 fois 3 moins t moins 1 et ça* *fonctionnait, alors j'ai essayé avec le deuxième ici qui est 5 ça fonctionnait, le troisième avec 7 ça fonctionnait et le quatrième avec 9 ça fonctionnait également. Je crois que c'est comme ça que je suis arrivé. Après je suis allé à 21, pourquoi j'ai utilisé 21.Ah c'est ça après pour vérifier j'ai utilisé aussi heu en fait j'ai repris la question b pour la deuxième suite sachant que la dixième figure avait 21 bâtonnets ben là j'ai sauté disons à mes 21 bâtonnets j'ai testé ma formule ça fonctionnait, ben alors je suis arrivée à la réponse le nombre de bâtonnets égale 2 fois le nombre de triangles plus 1.*

Interviewer :Pensez qu'il y a quelque chose qui caractérise ces quantités, le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles?

EM29 *: Oui ben dans le fond un triangle est constitué de trois bâtonnets dans ce sens-là ou .... heu c'est proportionnel ou c'est oui on garde toujours les mêmes donc un triangle a toujours trois côtés alors plus on a de triangles plus on va avoir de côtés mais dans la même proportion. Le nombre de triangle est toujours plus petit que le nombre, mais en fait il y a toujours trois plus de bâtonnets que de triangles donc.... je sais pas comment le dire autrement là mais (silence) le nombre de bâtonnets est toujours plus élevé que le nombre de triangles. Oh heu ok dans le sens que le nombre de bâtonnets dépend du nombre de triangles par exemple que une variable dépendante sont vues une indépendante. En fait j'aurai pu l'exprimer à l'inverse, de dire que le nombre de triangle est égal au nombre de bâtonnets divisé par trois mais en fait ce qui va changer ici parce que si on connait seulement le nombre de triangles on peut toujours donner le nombre de bâtonnets mais à l'inverse aussi là. Je me souviens plus comment on l'appelle je me souviens s'il y a un mot à utiliser je me souviens plus là.*

Interviewer : Comment pouvez-vous qualifier ce phénomène, le fait qu'une même quantité change de valeurs ?

EM29 :*Une suite logique, heu régularité, heu un mot de tous les jours heu je dirai peut-être une progression, oui progression, suite, régularité j'irai avec ça. Une certaine évolution, c'est la croissance ça s'agrandit heu ça se multiplie, développent aussi là. Là l'évolution est proportionnelle, c'est-dire là la relation qui les unie là est un peu différente mais heu je me souviens plus comment on appelait des relations comme, je me souviens plus graphique, il me semble qu'on partait pas!! On tenait compte du plus 1 sur l'axe des ordonnées puis on dressait notre.... mais sinon pour le nom le vocabulaire là, ça là ça c'est très loin là.*

Interviewer : Dans les expressions algébriques, vous avez désigné par *b* le nombre de bâtonnets et par *t* le nombre de triangles. Quelle signification donnez-vous à ces deux symboles?

EM29 : *Quelle signification? Une variable ben en fait oui c'est une variable y a qui dépendante et l'autre qui est indépendante et puis les deux sont reliées là, des variables aussi qui sont interdépendante (rire) je sais pas. J'utilise moins le mot inconnu mais plus variable.*

Question 4

Interviewer : Selon vous le genre d'activité de la question C est-elle utile pour les élèves pour les élèves de l'école primaire. Pensez-vous qu'ils devaient travailler ce genre d'acticités?

EM22 : « *Si les élèves devraient faire des activités de ce type-là? Pour ce qui est de la b avec les suites logiques ça je pense qu' on en fait et je pense que oui c'est utile parce qu'on voit! en fait l'idée c'est d'aller trouver la régularité qu'est ce qui revient? donc quelle est la relation entre les nombres? pourquoi les nombres sont un à la suite de l'autre? qu'est-ce qui les unis? et ensuite quand on vient pour arriver au niveau de l'algèbre je vois ça un peu comme la suite logique d'une suite logique c'est-à-dire de ne pouvoir déterminer le lien entre des éléments dans une suite après si on ajoute une inconnue donc là ion peut mettre une, une!!!! Heu trouver des relations entre des choses, ben en fait on peut voir comment on passe d'un nombre à un nombre dans la suite. Vous pouvez répéter la question? Oui ben dans le fond on pourrait mettre une variable par exemple x qui serait l'élément et puis x + 2 par exemple dans le cas de la première suite alors notre élément plus 2 nous donne l'élément suivant puis ça fonctionnerait là je crois. Ici 1 plus 2 ça fait 3 ici notre élément si on remplace notre élément par x qui est 3 plus 2 ça donne 5 qui est le suivant. Donc je pense que y aurait une expression algébrique qu'on pourrait trouver. Mais la façon que c'est travailler au primaire je pense qu'on utilise seulement les bonds, oui c'est ça on ajoute 2 tout ça mais je pense pas qu'on le convertit en expression algébrique ou phrase mathématique mais ça pourrait être intéressant parce qu'on verrait plus même ici là j'ai mis c'est ça on ajoute plus 2 plus 2j'ai pas pensé à mettre une expression algébrique parce que je crois quand on présente ça au primaire il me semble qu'on fait pas la phrase!!! Mais ça j'ai pas encore commencé à enseigner là mais il me qu'on met d'expression algébrique. Heu oui je pense que ça peut Ben surtout si c'est développé plus tard éventuellement, par exemple au secondaire ben si on commence en travailler peut-*

être par exemples des suites qui sont plus simples ça pourrait se faire au primaire. Je pense que c'est de voir la relation entre les variables, la notion d'inconnue puisque la notion d'inconnue elle elle est travaillée là si je me trompe mais je pense pas que c'est dans le cadre d'une expression là heu algébrique mais encore ça serait avoir là. ça prend une suite logique et la suite elle est déjà travaillée. Je pense que ça serait intéressant.

<u>Question 5</u>

Interviewer :

EM29 : *Dans mes stages j'en ai pas vu mais je dois dire j'étais là dans une certaine période de l'année puis bon stage en maternelle j'en ai pas vu, stage en troisième année j'en ai pas vu mais j'étais pendant une période de trois semaines donc peut-être ça été travaillé avant je pourrai pas dire et mon dernière stage en sixième année on a pas fait ça mais peut-être encore peut-être que ça été vu à un autre moment durant l'année là je pourrai pas dire mais moi personnellement je l'ai pas vu dans les manuels je l'ai pas travaillé avec les élèves pendant mes stages. Non!! Heu ça remonterait à...mon Dieu!!! Mais pour les suites logiques je dirais pour la question b dans notre première année de Bac quand on a commencé on a eu un cours d'appoint, de mise à niveau en mathématiques DID1000 je pense, Notions mathématique au primaire. Alors dans ce cours là on révisait un paquet de notions mais ce n'était vraiment pas un cours de didactique je pense pour nous là pour se rafraîchir la mémoire et il me semble que on a vu des suites logiques juste pour se remettre de dans mais au niveau algébrique comme ça là faire ..., non!. Je pense que c'est des vestiges des cours que j'ai suivi probablement au secondaire je dirais surtout des cours du secondaire. C'est gênant un peu mais peut-être que non (éclats de rire) parce que déjà c'était loin, c'est ça mon secondaire remonte à... j'ai gradué en 2000 donc ça remonte quand même à longtemps c'est pour ça que ça m'est pas venu tout de suite parce que justement je pense que j'ai creusé loin. Oui mais ça peut être intéressant parce que l'algèbre même si c'est développé un peu plus tard là au secondaire au primaire c'est beaucoup plus la notion d'inconnue mais quand même je me dis comme enseignant je devrais être au-dessus du niveau de mes élèves alors je pense que oui ça pourrait être intéressant.*

Question 6

Interviewer : Seriez-vous prêt (e) à travailler, dans vos futurs enseignements, le genre d'activités des questions B (suites numériques) et C (suites figurales) avec vos futurs élèves?

EM29 : *Avec de beaucoup de préparation, oui, je serai prête à le faire. Faudrait que moi je me prépare, que je m'informe, que j'aille relire mes manuels scolaires, relire mes livres juste pour être certaine d'avoir la bonne information à transmettre là. Oui je serai prête à le faire.*

Interviewer : En ce moment ce serait avec quel objectif, qu'est-ce que vous voudrez que vos futurs élèves retiennent de telles activités?.

EM29 : *Hum (silence) bonne question. Pour moi en ce moment-là si j'oublie la question C là je vais juste regarder quand on me demandait à moi de prévoir le nombre de bâtonnets à construire pour par exemple la sixième de la suite ou à quelle figure correspond un certain nombre de bâtonnets, si je regarde ça ben j'aurai en tête (silence) au niveau de.... comment le dire? de pouvoir faire observer à mes élèves des régularités comme çà, de pouvoir leur montrer que oui si on est capable de prévoir dans ce contexte-là qui est très concret là, très dirigé mais je peux le faire aussi dans mon environnement, si je peux essayer de trouver des règles dans ce que je vois pour essayer de m'aider dans le fond à comprendre ou à juste estimer qu'est-ce qui pourrai se passer.*

Interviewer : Donc pour vous les autres aspects de cette question seraient un peu difficiles pour les élèves?

EM29 : *Peut-être, en même temps je sais pas, j'ai pas assez d'expérience peut-être mais il me semble que moi les expressions algébriques j'en ai pas fait au primaire, en tout de mon souvenir donc c'est pour ça je me dit que peut-être pas. D'un autre côté ça se peut que les élèves soient en mesure de le faire, donc... mais instinctivement je commencerai pas à faire ça. Je m'y rendrai si je vois que mes élèves sont bons pis qu'ils comprennent bien qu'on peut avoir des règles comme çà ouia.*

Interviewer : Mais donc si je reviens sur ces règles est-ce que ce que vous avez vu dans vos cours en formation, c'est ce qui vous permis de trouver ces règles ou bien ce sont vos connaissances de l'expérience?

EM29 : *Non, c'est certainement pas mes cours dans la formation, heu je me souviens pas d'avoir vu dans ma formation à l'université, en didactique. Ça je me suis basée qu'est-ce que je faisais au secondaire, j'ai essayé de m'en souvenir pis j'ai abordé le problème juste dans un* *esprit de logique en me disant ok je veux obtenir cette réponse comment je vais faire, c'est de cette façon.*

Interviewer : Mais donc vous ne serez pas capable de le faire sans votre expérience du secondaire, c'est çà?

EM29 : Oui! ça se rait ça oui, honnêtement c'est pas ce que j'ai vu au Cégep ou à l'université ou dans toutes mes années à l'université. j'ai essayé de me replacer au secondaire quand j'en ai fait oui!!!

<u>Question 7</u>

Suites numériques ou suites figurales? Non les deux peuvent aller, j'irai avec les deux parce que je considère que j'ai certainement des élèves qui seraient plus à l'aise de comprendre la régularité avec des forme pis d'autres avec des chiffres, donc je verrai les deux pour voir que de tout façon peu importe ce qu'on a devant nous on est capable de trouver une règle. Oui je verrai les deux.

<u>Question 8</u>

ben c'est sûr peut-être avec les figures, j'en ai peut-être qui oublieraient de compter par exemple celles qui sont collées l'une à l'autre, peut-être que j'en aurai qui oublieraient de compter qu'il y a des bâtonnets de chaque côté de la figure que là soudainement c'est que si je représente trois triangles un collé sur l'autre qu'ils ont des côtés adjacents et non pas un trapèze et que là peut-être je compterai mal le nombre de bâtonnets puis ça m'induirais en erreur pour le reste. J'aurai peut-être ça c'est sûr au niveau de juste l'observation de la figure et des erreurs de calculs c'est sûr, des erreurs de compréhension de ce que je recherche de voir que y a vraiment une relation entre le nombre de bâtonnets que j'utilise et la place de ma figure dans ma suite comme quoi les deux sont reliés. Heu je sais pas quelle erreur aussi je pourrai voir, quel type de difficulté. On dirait que c'est que je vois là pour l'instant.

(Ces règles ou formules quelles notions mathématiques elles peuvent traduire pour vous, ce serrait quoi). Ah ça ici je vois qu'on fait comme de la multiplication. Ben c'est sûr que je pourrai reprendre cette règle là avec dans un graphique là, avec les droites là quand on faisait x, y. Non, le plan cartésien vous le dire. Quand on mettait l'axe des abscisses et l'axe

des ordonnées et qu'on essayait de trouver la règle d'une droite selon les points. J'essaie (rire= gêne) de chercher, j'ai pas les mots.

<u>Question 9</u>

En fait y avait des cartons sur lesquels il y avait de formes de représentées pis ils devaient être capables de dessiner la prochaine. C'était pas tellement de compter un nombre d'objets pour faire des formes, là c'était plus une suite triangle-carré-cercle, Triangle-carré-cercle, quelle sera la prochaine? Dessine-la! Ouia c'est ça y avait quand même une logique dans la suite pour que les élèves de 5 ans puissent trouver la prochaine figure à dessiner sur la feuille. C'était vraiment de l'éveil qu'on commençait à faire un petit peu avec eux.

Mais je dirais regarde par exemple la première suite qu'est-ce que tu remarques entre le 1 et le 3 qu'est-ce que j'ai fait pour arriver à 3. J'ai fait plus 2 ok! ensuite prochain terme entre le 3 et le 5, qu'est-ce que j'ai fait, j'ai encore plus 2, 3 plus 2 fait 5 Ok. Continues comme ça, bon je remarque que j'ai toujours plus 2, j'additionne toujours 2 pour ensuite parvenir au prochain terme. Donc si je veux continuer la suite, je me suis arrêter à 11 quel serait mon prochain terme, j'additionne 2 à 11, 11 plus 2 donne 13 alors le prochain terme serait 13. Donc oui, tu dois toujours ajouter 2 au nombre que tu avais pour ensuite obtenir le nombre suivant. Je l'expliquerai peut-être comme ça en essayant de voir quelle est la relation entre deux nombres de la suite pour voir la régularité de la suite qui est par exemple plus en tout dans ce cas-là. Ouia en ce moment ce serait plus 6 mais je l'expliquerai de la même façon. Je crois que c'est comme ça que je l'expliquerai parce que ce serait clair.

<u>Question 10</u>

« *Dans mes stages j'en ai pas vu mais je dois dire j'étais là dans une certaine période de l'année puis bon stage en maternelle j'en ai pas vu, stage en troisième année j'en ai pas vu mais j'étais là pendant une période de trois semaines donc peut-être ça été travaillé avant je pourrai pas dire et mon dernière stage en sixième année on a pas fait ça mais peut-être encore peut-être que ça été vu à un autre moment durant l'année là je pourrai pas dire mais moi personnellement je l'ai pas vu dans les manuels je l'ai pas travaillé avec les élèves pendant mes stages. Non!! heu ça remonterait à...mon Dieu!!! mais pour les suites logiques je dirais pour la question b dans notre première année de Bac quand on a commencé on a eu un cours* *d'appoint, de mise à niveau en mathématiques DID1000 je pense, Notions mathématique au primaire. Alors dans ce cours là on révisait un paquet de notions mais ce n'était vraiment pas un cours de didactique je pense pour nous là pour se rafraîchir la mémoire et il me semble que on a vu des suites logiques juste pour se remettre dedans mais au niveau algébrique comme ça là faire ..., non! Je pense que c'est des vestiges des cours que j'ai suivi probablement au secondaire je dirais surtout des cours du secondaire. C'est gênant un peu mais peut-être que non (éclats de rire) parce que déjà c'était loin, c'est ça mon secondaire remonte à... j'ai gradué en 2000 donc ça remonte quand même à longtemps c'est pour ça que ça m'est pas venu tout de suite parce que justement je pense que j'ai creusé loin. (Est-ce que la formation devrait prendre en charge ce genre d'activité, vous ouiller avec ça?) Oui mais ça peut être intéressant parce que l'algèbre même si c'est développé un peu plus tard là au secondaire, au primaire c'est beaucoup plus la notion d'inconnue mais quand même je me dis comme enseignant je devrais être au-dessus du niveau de mes élèves alors je pense que oui ça pourrait être intéressant*. »

<u>Question 10</u>

Interviewer: Seriez-vous prêt à faire travailler, dans vos futurs enseignements, le genre d’activités des questions B (suites numériques) et C (suites figurales) à vos élèves? Si oui avec quel objectif?

EM29 : *Est-ce que vous serez prête à travailler ces activités? Ben c'est que heu .... je me sentirai peut-être pas très solide ou je serai peut-être pas trop que là j'ai un bel exemple ici là dans le questionnaire mais sinon au-delà de ça à créer une une une (elle cherche le mot) situation là d'apprentissage basée là-dessus heu j'irai m'informer là j'aurai besoin d'aller m'outiller parce que c'est pas le bagage là du Bac qui m’a outillée dans le fond pour créer ça. Alors est-ce que je serai à l'aise?(elle se pose la question) Peut-être pas à 100% (rire), mais ce serait moi-là qui devrait aller chercher l'information dont j'aurai besoin. Avec quel objectif? Heu!!!! Pouvoir être un peu plus à l'aise je dirai à la notion d'inconnue et comment l'intégrer à une expression algébrique. Donc comment heu!!! Mettre en relation..... Oui inconnue pour travailler même si on utilise pas l'expression algébrique mais les mener tranquillement à intégrer les inconnues comme variables dans une expression donc les mettre en relation heu et d'avoir moins peur du concept d'inconnue là si on veut là. Moi je me* *souviens personnellement quand je suis arrivée au secondaire on a commencé à faire de l'algèbre il y a comme une.... je sais pas pourquoi les gens avaient peur de l'algèbre. On avait peur de l'inconnue parce que justement on avait l'impression que ce n'était pas concret ou que c'était très abstrait donc de les familiariser justement avec ces notions-là, comment les mettre en relation sans nécessairement mettre peut-être le vocabulaire du secondaire dessus.*

<u>Question 13</u>

Interviewer : *Quelle difficulté pensez-vous qui pourrait les embêter?*

EM29 : *Heu ben dans la question C par exemple si je leur donnai juste un exercice avec heu les les triangles comme ça là sur papier et qui y' ont pas la possibilité de manipuler ou de dessiner tout ça alors on est vraiment dans l'abstraction. Je pense que ça ça pourrait poser problème. Donc de leur remettre peut-être des petits bâtonnets pour qu'ils puissent eux-mêmes refaire les suites et aussi heu!! moi c'est ça moi j'ai eu besoin de valider avec des chiffres que mes expressions fonctionnaient bien, donc de leur montrer le lien entre l'expression qui est utilisée ou la phrase pour mettre les variables en relation elle fonctionne tout le temps alors on va l'essayer, on va la faire. Pas juste dire on donne la phrase pis (pis = puis) c'est réglé parce que ce serait de leur prouver que non non ça fonctionne là c'est pas juste une relation qu'on apprend par cœur là, il n'y a pas de par cœur il y a vraiment une logique derrière donc je pense qui y en a oui ça si y' ont pas la chance de manipuler, de de de tester de voir une preuve, une démonstration, ils vont peut-être avoir l'impression qu'il y a de magie derrière tout ça. (Est-ce que ces expressions algébriques traduisent une notion mathématique??) Heu ben il y avait des noms qu'on voyait il me semble là y' avait une relation, oui mais je me souviens plus des termes là. (Ça ne vous suggère une notion mathématique du secondaire?) heu......... (long silence = réflexion) heu non! des relations avec des variables sinon oh je me souviens aussi qu'on tracé des graphiques pour voir la relation, comment elle évoluait en mettant ouais c'est ça des axes sinon. (Est-ce que tu peux nous faire un dessin pour voir à quoi ça ressemble?) Ben oui disons là b = 3t alors la relation était plus je dirai si on veut là alors si j'avais donc b = 3t alors je mettrai mon t (D'abord t c'est quelle ....?) oui c'est ça laquelle est mon.... oui c'est ça laquelle est la variable dépendante, pis indépendante alors là la variable indépendante là-dedans ça serait j'imagine mon nombre de triangles et 3 fois t au-dessus ça marche oui c'est ça parce que 3 fois. (Qu'est-ce qui dépend de l'autre?) Oui le* *nombre de bâtonnets dépend du nombre de triangles (à faible voix pour voir qu'est-ce qui marche?) le nombre de triangle dépend du nombre de bâtonnets heu!! oui c'est ça heu! (elle dessine un repère orthogonal à main levée) (Donc vous placerez b où) Admettons là si je mets ici là (elle montre l'axe des abscisses) je vais mettre des chiffres 2, 3 (elle gradue l'axe des abscisses) et si je donne alors.... si je mettais, admettons t donc j'aurais 3 fois 1 trois alors je mettrai ça comme ça et ça (à petite voix....) oui c'est ça je pense que je mettrai mon t ici pis mon b ici. (Essayez de donner aussi des valeurs) Oui alors ici par exemple 1 oui, alors ici on zéro, 5, 6 ok, 4, 5 (et après qu'est-ce que vous faisiez) et après on allait voir bon disons on remplaçait notre première donnée, notre variable indépendante alors si t correspond à 1 lors on la remplace dans l'expression alors 3 fois 1 ça donne alors pour vis à vis 1 pour 1triangle je vais avoir 3 bâtonnets alors je vais un petit point ici (elle forme le point de coordonnées 1 et 3. Et ensuite si je remplace dans l'expression t par 2, alors pour 2 triangles je vais avoir 6 bâtonnets et là je mettais mon point ici (elle forme le point de coordonnées 2 et 6). (Et après qu'est-ce que vous obtenez?) Et ensuite on reliait les points, disons j'en aurai plus par ce que pour montrer que la relation est toujours directe. Et puis je passais par zéro que j'imagine si le remplaçait par zéro trois fois zéro ça donne zéro. (Alors ça comment vous appeliez ce que vous tracer?) Une droite!!!! qui représente la relation entre les variables. (Donc vous vous n'avez pas ce mot?) Oui c'est ça un mot qui manque là j'imagine (éclat de rire) je me souviens pas. (Est-ce que ces activités peuvent mener à une compréhension de ce qui fait ici?) Oui je crois que oui, je pense heu parce que si on monte une droite dans un graphique heu. Même si on voit qu'il y a une relation entre les variables donc le nombre de triangles (silence = hésitation) est toujours multiplié par trois pour donner le nombre de bâtonnets mais quand même si on voit juste une droite, l'élève n'aurait peut-être pas une suite reliée à ça là donc ça... je pense que on vient le lien (éclat rire = satisfaction).*

<u>Question 14</u>

Interviewer : Quelle explication donneriez-vous à vos élèves pour qu'ils arrivent à trouver qu'il s'agit de deux comme régularité?

EM29 : *Ok! Comment l'expliquer? Avant de l'expliquer là d'abord je les laisserai manipuler là voir heu c'est certain que... mais c'est ça ok comment on peut établir une relation des nombres, qu'est ce qui s'est passé par exemple pour passer du premier nombre au deuxième,* *qu'est-ce qui est arrivé? Alors ici bon on peut dire on a ajouté 2, on l'a multiplié par 3, on peut trouver différentes relations entre les deux premiers termes. Ensuite quelle relation on peut voir entre le deuxième et le troisième terme et puis est-ce que y en aurait qui seraient communes avec la première? Donc si ici on a dit fois 3 pour passer de 1 à trois ben après fois 3 ça marchera plus. Donc on peut y aller avec différentes hypothèses puis après on teste l'hypothèse et puis on regarde est-ce que ça fonctionne, oui ou non!!! ah sinon ben on avait essayé d'en trouver une autre. Donc c'est de l'essai erreur un peu là.*»

<u>Question 15</u>

Interviewer : Quelle explication donneriez-vous à vos élèves pour les aider à trouver la relation?

EM29 : *À trouver la relation? (elle reprend la question) Dans le sens où moi je l'ai fait ici disons avec plus 2, plus 2 ou expression algébrique? (elle demande une précision) Pour arriver à l'expression algébrique, heu peut-être en construisant un petit tableau, disons en mettant les variables. Donc qu'est-ce qu'on a comme variables ici. Bon on sait que dans chaque élément on a des triangles et on a aussi des bâtonnets. Donc on va regarder notre premier élément, on a combien de triangles, combien de bâtonnets? Ok on les note. Dans le deuxième élément, on en a combien? ok et là de regarder chacune de nos... ça nous faire comme deux colonnes puis on va regarder là justement comme c'est ça oui exactement. Et puis regarder comment on passe d'une valeur à autre, qu'est-ce qui arrivé, quelle est la relation. On commence avec ça, après pour arriver ça (ça = la relation algébrique) ben moi je suis allée tellement par essai erreur que j'aurai de la misère à me dire par où je suis passée pour..... oui. C'est ça moi j'ai pu comme ça mais pour... faudrait j'y pense là essayer d'y voir là comment la présenterait, heu oui. Mais je disais partirai avec le tableau.*

Annexe 6: Verbatim de l'entrevue de l'étudiant maître EM32

<u>Question 1</u> : Est-ce que vous pouvez nous parler de votre cheminement scolaire avant d'entrer enseignement préscolaire-primaire?

EM32 : *Oui mais en fait moi j'ai fait mes études essentiellement au privé, j'ai fait le primaire au privé, le secondaire au privé donc c'est une école qui se suivait à l'académie sainte Thérèse dans les Laurentides. Ensuite de ça, moi j'ai eu une dérogation donc j'étais en avance sur mon temps. Puis après ça je suis rentrée au cégep où j'ai mes deux ans en sciences le trior donc ça c'est un programme où je faisais autant la science naturelle que la science humaine puis ensuite je faisais les lettres et les arts comme avancé là-dedans. En fait c'était un programme de deux ans avec vraiment toutes les cours histoire de l'art, sciences naturelles, en fait j'avais physique - chimie - bio mais j'avais aussi économie, sociologie, histoire et tout ça, psycho. Pis après ça moi j'ai toujours voulu être enseignante mais ma mère ça la faisait pas trop triper donc je m'étais inscrite au HEC. Finalement mon père m'a dit non toi tu fais ce que tu veux dans la vie, fais que j'étais trop en retard pour m'inscrire au Bacc donc fais que pendant un an j'étais comme an arrière d'études dans le fond mais je m'étais inscrite comme étudiante libre pis j'ai fait des cours du Bacc en enseignement primaire le plus possible que je pouvais prendre fais que dans l'année j'ai fait une session de deux cours, une session d'un cours ce n'était pas beaucoup mais au moins ça me gardait dans les études pis j'ai commencé mon Bacc là pis là je l'ai fait à temps depuis*. »

<u>Question 2</u>

Interviewer : Dans votre cheminement scolaire, en tant que qu'élève et avant d'entrer en formation des maîtres du préscolaire-primaire, aimiez-vous vos cours de mathématiques? Aviez-vous de la facilité avec les contenus des cours de mathématiques Quels contenus aimiez-vous le plus et quels contenus aimiez-vous le moins? Pourriez-vous expliquer?

EM32 : *Moi j'ai toujours aimé l'école mais mon amour des mathématiques a commencé en secondaire 2 avec un prof que j'ai heu on avait commencé l'algèbre pis il m'avait fait aimer l'algèbre comme ça, ça là j'en mangeais quand je faisais mes devoirs c'était sur du papier* *quadrillé pis mes égales étaient toutes alignés dans les mêmes carreaux pis toutes ça ça je capotais j'aimais ça pis depuis ça ben! j'ai eu des supers bons profs en maths pis ça comme vraiment développé. J'ai toujours vraiment aimé ça. Ouia ben l'algèbre j'aime beaucoup, heu! j'aime beaucoup l'aspect logique des mathématiques aussi ça c'est quelque chose qui m'attire beaucoup là heu je trouves que y a tellement des choses qu'on peut faire avec les mathématiques même si on connait pas la formule même si on connaît pas ok on peut essayer de réfléchir mais logiquement c'est ça. Pis ça je trouve que c'est quelque chose qu'on exploite assez. Pis ça c'est quelque chose j'adore les jeux de logique, essayer de deviner. Ben Je dirais l'algèbre et la logique en mathématiques sont les deux choses que j'aime le plus. J'haïs non plus la construction géométrique ça je trouve ça louphone, sais l'organisation dans l'espace, dans le plan tout ça, ça j'aime bien ça mais je suis moins sais la mathématique là abstraite mais pas abstraite sais théorique de ce qu'il fallait démontrer nanana ça. Mais je suis pas moins à l'aise ça j'aime moins faire ça, c'est des fonctions pis calculer des paraboles pis des .... je suis capable de le faire mais ç'est pas ce que je préfère mettons. Je pense pas qu'il y a des notions mathématiques avec lesquelles j'ai de la difficulté.*

Interviewer : Comment peut-on dégager une signification algébrique avec les termes manquants?

EM32 : « *c'est quelque chose que j'ai fait en stage dans le fond. Tu sais nous au primaire on le faisait dans le fond, admettons 3 plus quelque chose est égale 5. Là c'est vraiment comme deux bases. Mais là, admettons on était quand même juste en deuxième là. C'est les plus grands nombres Mais on faisait avec des situations. Mettons, j'achète 3 bonbons, j'en achète d'autres et la fin dans mes poches j'en ai 5. Faites là on faisait beaucoup en situations avec les élèves. Pis, moi ce que je faisais avec eux pour rendre ça concret c'est que je faisais la situation. Mais là qu'est-ce que tu peux faire toi là t'as tes 5 bonbons dans tes poches comment tu peux savoir combien t'en as eu en dernier. Ben, est-ce que je pourrai comme mettre de côté les 3 que j'ai achetés et compter ce qui me reste. Ben là regardes ce qu'on faite, on faite 5 moins 3. On l'a emmené de l'autre côté. Ben là! On remarquait que chaque fois on se retrouvait à faire l'opération inverse. Quand on réfléchissait à ce qu'on devait faire ou quand c'était moins quelque chose ok ben! Puis là je cherchais mon total. Mais là je sais pas combien j'en avais au départ. Mais j'en ai enlevé et il m'en reste 8. He redonnes moi donc mes 3 que j'ai enlevé tantôt, je voir combien j'en avais au départ. Pis là on se rendu compte en réfléchissant qu'on* *se retrouver toujours à faire l'opération inverse. Faites là on est comme introduit à isoler le terme manquant dans le fond, ce qu'est l'algèbre.* »

Question 3b : Maintenant pour les opérations, comment est-ce que vous pouvez faire découvrir à quelqu'un la signification algébrique avec les opérations?

EM32 : « *Mais c'est aussi simple que l'addition et la soustraction sont à l'opposé. Pis que la multiplication et la division sont à l'opposition. Plus tard quand on va faire l'algèbre, quand on veut isoler un terme quand on l'amène là-bas. Si on a fait fois-là, faut qu'on le divise. Si on fait plus-là, faut qu'on fasse moins. C'est de comprendre, de faire comprendre à un enfant à un enfant que 5 + 3 = 8 mais 8 - 3 = 5. Les opérations s'inversent. De faire comprendre ça aux élèves que t' as pas besoin d'apprendre ta table de moins. Tu connais ta table de plus, pis ta table de moins tu la connais. Mais tu sais y en a qui vont la faire apprendre mais y a pas besoin de ça. Pis ça pour moi c'est aussi la base de l'algèbre parce que quand tu vas faire que tu isoles. Ben si tu veux juste dire fais le contraire fais le contraire, si diviser fais juste fois ben tu comprends pas pourquoi. Tu vas chercher le sens comme on le voit à l'université ici comme c'est le cas en ce moment. Pis y a plein du monde qui sont comme ha je ne comprends pas finalement les fractions.*»

Question 4: De façon générale pour le questionnaire, comment avez-vous trouvé le questionnaire? Est-ce qu'il y avait des questions faciles dedans, des questions difficiles?

EM32: «*Bon ce n'est pas ce quoi à je m'attendais, ça c'est sûr. Je m'attendais vraiment à parler de la formation. Non mais à parler de la formation parce que moi à la base c'est pourquoi je m'étais embarquée là- dedans parce que je trouve la formation en mathématique à l'université est inadéquate. Pis je le vois là y a plein de personnes qui s'en tirent avec..., qui passent leurs cours de mathématiques mais que je le sais pis ils me l'ont dit. Ils ne comprennent rien, ils apprennent par cœur. Pis ça je sais pas comment ils vont enseigner après les mathématiques. Fais que moi c'était pour ça que principalement je m'embarquais dans le truc. Je me suis rendue compte que c'était plus de la mathématique que le Bac mais c'est correct aussi. Mais en général je l'ai trouvé assez facile. Y a des choses mêmes, tu sais comme ça ici là la petite théorème.... je la trouvais plus évidente. Fais que, expliquer comment j'ai fait. J'ai fait des bons de 6, c'était comme évident. C'est sûr que ici on rentrait dans l'algèbre, là ça m'a demandé plus de réfléchir. Pis c'était correct, j'ai aimé ça. Heu fais quelque chose que j'étais capable de faire ça me demandait plus de temps. J'ai pas trouvé ça* *difficile mais j'ai pas trouvé ça tellement évident, facile que ça m'a pris 2 secondes. Tu sais, c'était comme un entre deux. C'était bien.* »

Question 4

Interviewer : Quelle signification donneriez-vous à ces symboles dans les expressions algébriques que vous avez trouvées?

EM32: « *Ben c'est ça, dans le fond mon x c'était mon nombre de triangles. Donc par exemple ici j'ai 1 triangle, ici j'en ai 2, ici j'en ai 3. Donc ici mettons que je connais mon nombre de triangles mais mon nombre de bâtonnets. Ben là je pourrai mettre le nombre de triangles que je connais, remplacer le x par mon nombre de triangles. Pis là ensuite isoler le n pour trouver le nombre de bâtonnets ou vis-versa*. »

Interviewer: Ça veut dire en ce moment que *x* a le sens d'inconnue, c'est ça??

EM32: « *Oui mais c'est certain que là vues ces deux inconnues, faudrait avoir les deux informations pour que je me lance dans une grosse matrice.* »

Interviewer: Est-ce que vous ne voyez pas une autre signification à donner à *x* à part celle d'inconnue?

EM32: « *Ben n, on la toujours utilisé pour .... dans mes cours d'algèbre, de mémoire le x c'était toujours notre inconnue principale et pis le n c'était la position ou le nombre qu'on voulait reconnaître plus facilement. Ben des nombres qu'on utilisait, ben pas des nombres, des lettres plutôt*. »

Interviewer: Ok mais on va venir à ces suites figurales. Vous voyez vous avez désigné *x* nombre de triangles et *n* nombre de bâtonnets. Donc on a deux quantités. Quand le nombre de bâtonnets augmente le nombre de triangles aussi augmente. Comment pouvez-vous désigné le phénomène selon lequel une quantité change de valeur?

EM32: *Ben! C'est comme.... Dans le fond c'est que ces deux-là sont proportionnelles si on les suit selon une formule.*

Interviewer: Restons d'abord à une quantité. Par exemple le nombre de bâtonnets augmente à chaque fois. Est-ce que vous aurez un nom mathématique pour désigner ça, ce phénomène?

EM32: Long soupir! *Je vais aller augmentation mais ça sonne pas assez mathématique*

Interviewer: Bon oui même un mot courant, un mot de tous les jours, augmentation déjà semble être correct.

EM32: *Non je me souviens plus du terme.*

Interviewer: Ok! ça c'est pour une quantité. Maintenant on a deux quantités. Le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles. Quand le nombre de bâtonnets augmente, le nombre de triangles augmente aussi. C'est aussi un phénomène mathématique qui est là. Vous ne pourrez pas donner un nom mathématique, ou même un nom de tous les jours.

EM32:*Ben! Ils sont en rapport, ça c'est sûr. Sont en rapport ou quand l'un augmente l'autre augmente aussi. Mais le rapport pourrait être différent. Tu sais le rapport pourrait quand un augmente, l'autre diminue. Heu!!!!!!!!*

Interviewer: Ok!, ok

EM32: *Pis là c'est ce mot que vous cherchez? Éclat de rire.*

Interviewer: Non, non c'est sûr que j'ai un mot. Un mot que j'attends.

EM32: *Dites-moi !!!*

Interviewer: Mais tout est correct. Ce sont les analyses qui nous diront. Mais c'est déjà pas mal. Comment est-ce que vous expliquerez à vos élèves qu'il s'agit... Comment avez trouvé qu'il s'agit de 7. Comment expliquerez à vos élèves comment on passe d'une figure à une autre, dans la deuxième suite par exemple surtout celle-là?

EM32: *Hoummm! Dans la deuxième....*

Interviewer: Ils doivent juste observer ou il y a....

EM32: *Ben c'est sûr que moi quand je l'ai fait c'est celui-là qui m'a demandé un peu plus de temps pis j'ai essayé de voir, tu sais qu'est-ce que je fais pour trouver le suivant. Tu sais comme là j'ai trois bâtonnets ça me donne un triangle. Pis là ici je ai les compté ça me donne cinq. En fait, c'est que je me suis rendue compte que bon, pour chaque triangle, j'ajoute deux bâtonnets. Hum!!! Mais c'est quoi j'ai fait ici (silence) pis dans le fond j'ai essayé de trouver une formule qui me permettait d'exprimer ça. Pis là au départ, moi... Tu sais la raison pour laquelle j'ai un plus un ici sinon c'est comme si on partait avec la figure zéro. Mais si on part avec le un je pouvais pas comme partir avec trois comme nombre de départ parce que... tu sais là après c'est plus bon là. J'avais besoin d'une valeur de référence. En fait dans le fond. Tu sais à chaque fois j'en rajoute deux mais là ici pour ma première figure il a fallu que j'en ai de plus. Tu sais c'est comme si j'en avais pas le choix sinon c'est comme si je partais à zéro au lieu de un. Ben fait j'ai vu que je faisais toujours deux fois le nombre.... Mettons deux fois deux quatre plus (2x2 = 4+1). En fait je me suis rendue compte que je n'en ajoute toujours deux mais à la base avais j'en un. Fait que là si je fais ça, ça fonctionne. Fait que là je savais que* *si je fais toujours deux fois mon nombre plus un ça me donne mon nombre. Fait qu'après ça. Ben! je l'ai viré à l'envers. Tu sais j'ai isolé lui pour isoler l'autre. Mais c'est comme ça que j'ai réfléchi. Mais c'est à chaque fois je fais plus deux mais là à mon départ... tu sais dans le fond c'est comme quand on fait le calcul d'une pente on a toujours l'ordonnée à l'origine. Tu sais on a la pente mais on a comme une ordonnée à la base. Là c'était ça, là ma règle c'est toujours plus 2, plus 2, plus 2. Mais là tu sais j'avais quelque chose au départ. J'avais un 1.*

Interviewer: Ok! On pourra y revenir après…

EM32: *C'est quoi le mot?*

Interviewer: Mais je pourrai vous le dire de l'entrevue. Dans cette activité, est-ce qu'il y a quelque chose qui caractérise les deux quantités, le nombre de bâtonnets et le nombre de triangles? Est-ce qu'ils ont quelque chose en commun, quelque chose qui les caractérise? vous avez dit qu'il y a un rapport qui les lie ça c'est sûr. Est-ce que vous ne voyez pas autre chose en dehors du rapport?

EM32: *Ben c'est sûr un triangle c'est toujours fait de trois bâtonnets. Mais là quand ils sont collés, Ben y a comme un qui sont un et deux donc là ça change le rapport mais je suis pas sûre de comprendre la question.*

Interviewer: Ok! Mais en fait la question c'est de dire dans ces quantités, est-ce qu'il y a une qui engendre l'autre?

EM32: *Ben oui! C'est ça plus on rajoute de bâtonnets plus on peut former de triangles*

Interviewer: Donc ça veut dire que......?

EM32 *Que les bâtonnets sont plus importants, pas importants que les triangles mais c'est les bâtonnets qui nous permettent d'écrire les triangles. On aurait pu choisir de les agencer autrement et ça aurait pu donner autre chose que les triangles. Mais là ici c'est les bâtonnets qui vont guider le nombre de triangles.*

Interviewer: Ok! Donc le nombre de triangles...

EM32: *est dépendant du nombre de bâtonnets*

Interviewer: Parfait on va avancer. Est-ce que ces activités plus bien entendu l'activité de la question B, les suites numériques. Est-ce que ces activités sont utiles pour les élèves du primaire.

EM32: *Moi Je pense que oui, Heu les suites c'est quelque chose qui est abordé dans le programme.*

Interviewer: Le programme du primaire ou votre programme?

EM32: *Du primaire, le programme du primaire.*

Interviewer: Suite numérique ou les deux?

EM32: *C'est plus numérique je pense, plus numérique. Mais tu sais trouver la règle et tout ça. Mais je trouve que souvent c'est qui est fait en classe, c'est on donne, ils donnent une formule pour trouver le terme de la suite. C'est comme ça que ça s'appelle hein, c'est ça?*

Interviewer: Oui

EM32: *Le terme de la suite, la règle dans le fond*

Interviewer: La règle oui, la règle au primaire on dit la règle ou formule. Donc c'est ce qui est fait au primaire, on donne plutôt la règle et ils doivent trouver......

EM32: *Mais c'est ce que je trouve dommage parce que tu sais..... Tu sais moi quand j'étais petite. Mon frère en mathématique qui était comme une coche en haut là. Heu! lui il faisait dans sa tête que j'ai même rêvé. Lui en maternelle nous on était comme 1 + 1 = 2, hihihih. Mais lui il était comme a + b qu'est-ce que ça donne. Il était en maternelle, il était comme une coche en haut. Pis il a toujours mal réussi à l'école à cause de ça parce que tout se fait dans sa tête. Pis, il laissait pas beaucoup de traces. Il avait toujours la bonne réponse par des chemins que parfois les profs ne comprenaient pas. Fait qu'on jouait beaucoup à des jeux. Tu sais on faisait des jeux de logiques à la maison. On se trouvait de suites dans des cahiers. Pis, on faisait des choses comme ça. Nous on essayait d'analyser tu sais là qu'est-ce que je fais. Tu sais là de fois c'est des suites que je fais plus deux une fois fois 5, une fois plus eux, une fois je fais fois 5. Tu sais je trouve que c'est dommage au primaire de donner la formule pis de dire voici la formule pour trouver la règle plutôt que de laisser l'enfant, de laisser à l'enfant le travail. Tu sais d'aller avec sa logique. Bon ok qu'est-ce que je fais ici, qu'est-ce que... comment je pourrai le représenter. Ça je trouve que c'est un travail important qui peut développer plein de choses. Tu sais dans le cerveau, pour la logique tout ça. Mais on prive souvent les enfants de cet apprentissage-là. Fait que je trouve dommage parce que oui c'est au programme mais je pense que c'est exploité.*

Interviewer: C'est mal exploité. Parfait! Donc....

EM32: *C'est souvent sinon c'est quand y a des symboles comme ça c'est carrés-triangle, carré-triangle-cercle, qu'est-ce qui va être après. C'est pas très stimulant.*

Interviewer: ça pourrait préparer les élèves du primaire à quelles notions du secondaire? Est-ce que vous voyez que ça peut aider les élèves du primaire à des notions algébriques au secondaire...de notions algébriques plus spécifiques. Est-ce que vous en voyez??

EM32: *Mais tu sais je pense que quand on parle de suites logiques. Encore là c'est pas c'est parce qu'on a une inconnue. Tu sais nous on fait souvent les problèmes de mathématiques on connait l'état initial, on connait l'état final mais pas la transformation ou on connait l'état final on connait la transformation mais pas l'état initial. Tu sais même ça c'est quelque chose qu'on voit au primaire. Encore on se retrouve à faire de l'algèbre où on a une inconnue. Tu sais les mathématiques c'est l'algèbre. Fait que quand on arrive au secondaire on met un mot sur ça : ça s'appelle l'algèbre. Et là tout d'un coup l'inconnue devient x mais des inconnues t'en vois depuis que tu es tout petit là. Tu fais de l'algèbre depuis que tu es en première année c'était juste que on questionnait l'état final au lieu de questionner l'état initial mais ça reste que t'avais une inconnue pis que tu le cherchais. Faire des suites ben c'est la première fois qu'on questionne dans le fond la transformation. Tu sais c'est la façon la plus, tu sais c'est quelque chose plus quoi est égal à ça. Tu sais on questionne l'état du milieu dans le fond là que, souvent on veut pas le mettre en équation parce que là l'élève il a comme un trou pis il comprend pas. Mais quand on le fais en forme de suite. Ben là en ce moment-là il est comme Ok comment j'ai fait pour passer de là à là. Pis là il se rend pas même compte qu'on questionne la transformation pis qu'il cherche une inconnue dans le fond.*

Interviewer: Dans le fond en fait c'est ça. L'esprit de la recherche c'est de voir si les futurs enseignants que vous êtes conscients de ce lien

EM32: *Oui! Moi je suis consciente. C'est dommage que y a beaucoup de monde qui participe pas à l'étude*

Interviewer: Oui c'est ça! Et puis si ici en formation on a pu déjà vous outiller avec des choses comme ça

EM32: *Mais ça c'est pas des choses que j'ai apprises en formation je vous l'assure*

Interviewer: Mais oui on va venir sur la formation après

EM32: *Parfait!*

Interviewer: OK! Est-ce que ces activités....vous avez dit que vous les avez rencontré dans les manuels du primaire: suites numériques. Est-ce que vous les avez rencontré ailleurs, dans vos stages quelque chose

EM32: *Hummmmmm dans mes stages...... je pense pas. Je pense pas que j'ai la chance de les exploiter en stage. Je sais que ma sœur quand elle était au primaire. De fois-là elle arrivait avec une suite. Puis elle la trouvait pas. Fait que là on s'asseyait ensemble pis on s'essayait de trouver....*

Interviewer: Votre sœur du primaire??

EM32: *Ben! Ma sœur, en fait c'est ma demie sœur, elle est vraiment plus jeune on a neuf ans de différence*

Interviewer: Elle est au primaire?

EM32: *Oui mais là elle vient de rentrer au secondaire*

Interviewer: ok oui je comprends

EM32: *Tu sais au début de mon bac elle était au primaire. Pis là elle abordait les suites. De fois là je comprends pas trop cette suite-là. Comment je peux faire pour trouver. Pis là on essayait de trouver une relation. Ben là qu'est-ce qui change quand ça ça change. Tu sais, on essayait de voir comment les... les... les… variables étaient dépendantes dans le fond. C'était quoi leur rapport. Fais que là je me souviens avec elle, j'essayais pas de lui donner la réponse. Parce que tu sais ultimement on aurait pu aller dans son cahier pour trouver la formule. Mais je trouvais que ça servait à rien. Le but c'est de les faire réfléchir. Fais que ça c'est quelque chose j'ai fait mais plus avec ma sœur. Pas tant à l'école, en stage j'ai pas eu la chance de le voir mais j'ai fait les termes manquants.*

Interviewer: Ok parfait mais donc pour revenir à ces activités

EM32: *J'ai mis un mot que vous avez trouvé intéressant??? (rire)*

Interviewer: Non mais oui vous venez de dire quelque chose d'intéressant, c'est que ça change ensemble

EM32: *Hoummm*

Interviewer: Ça, ça m'intéresse

EM32: *Proportionnelle mais je veux dire. Hum hum!*

Interviewer: Mais ou. Là vous le dite avec vos mots. C'est correct mais en mathématiques il y a….

EM32: *C'est en relation*

Interviewer: C'est en relation. Mais c'est une relation qui fait que les deux changent ensemble

EM32: *Interdépendante*

Interviewer: Est-ce que vous en tant que future enseignante vous serez prête à travailler ces activités avec vos élèves?

EM32: *Moi oui, moi oui. Moi c'est sûr que pour j'ai décidé d'aller en enseignement. Moi j'aurai pu faire n'importe quoi j'avais les notes pour et pis j'ai quand même décidé d'aller en enseignement parce que moi c'est ce ça que je trouve intéressant. Et pis moi c'est sûr que je vais toujours mettre de l'avant la logique. Heu! tu sais au pire à chaque matin un petit jeu au tableau que... les élèves, tu sais c'est quoi le jeu de la journée. Mais ça, ça fait réfléchir, ça fait penser. C'est que moi je vais jamais faire comme les enseignants qui donne un exercice facile du manuel. Ça c'est sûr pis là je le vis en stage en ce moment, mon enseignante associée je me rends compte qu'elle fait beaucoup ça. C'est comme ben! Mais les critères de divisibilités de trois c'est ça. Tu additionnes toutes les chiffres, ça se divise par trois c'est ça. Les critères de divisibilités de quatre c'est ça....Ok mais tes élèves viennent de faire quoi comme apprentissage là. Ok tu viens de leur cracher un truc par cœur là. Pis ils arrivent à l'examen pis ils s'en souviennent pas comment ils vont faire pour le retrouver. Absolument*

Interviewer: Là vous toucher....

EM32: *Hum hum*

Interviewer: là vous toucher, c'est ça là vous toucher le scénario d'enseignement qui est sur le terrain. Tel que c'est fait y'a pas mal de choses qui....

EM32: *Tu sais moi ça me dérange. Je pense que c'est ça l'aspect manipulation des mathématiques qui est mis de côté. On pense toujours que manipulation ça veut dire toucher tout ça. Mais je pense que manipulation ça veut dire toucher à l'abstraite. C'est la manipulation des concepts de dire que. Tu sais de manipuler les nombres, de dire que ben là pourquoi ça c'est divisé par trois, pourquoi si j'additionne, nananna, nanananа ben là ben là c'est par six. Pourquoi….Pis là par six, ben juste par deux, une fois par trois, une fois sur deux ça va être par trois. Pis ça reste de la manipulation, c'est abstrait mais c'est la manipulation des concepts mais on en fait plus. Tu sais be oui nous on a fait de la manipulation, on touche à des affaires. Be oui là y a pas juste ça là. La manipulation de concepts dans ta tête aussi là c'est quelque chose là.*

Interviewer: Absolument, Absolument c'est tout à fait correct. Pour ces activités là, vous venez de dire que vous serez prête à les enseigner à vos élèves, mais que ... Vous avez dit auparavant que dans les manuels scolaires il n'y a que les suites numériques. Est-ce que vous vous limiterez aux suites numériques ou bien vous pourrez aussi allez avec les patterns. EM32: *Be non je trouverai ça intéressant, je trouve ça intéressant avec les patterns. Pis on peut aller retrouver ça en plus, on peut jumeler ça aussi aux fresques et aux dallages pis à la géométrie pis à la réflexion. Je pense que on peut faire tellement d'affaires avec ça. Pis je trouve intéressant au lieu de voir des nombres c'est comme complétement abstraits les nombres mais. Be là, ok j'ai un triangle, un triangle c'est trois côtés. Tu sais, tu peux travailler les caractéristiques, je trouve intéressant d'utiliser des patterns, des bâtonnets, des affaires parce que l'élève il construit ça dans sa tête. Ok j'ai besoin de trois bâtonnets pour un triangle, tu sais pis. Fait que c'est ça.*

Interviewer: Ok donc avec ces activités là...

EM32: *Je ferai peut-être pas écrire cette formule là tout de suite là (rire)*

Interviewer: Ouia mais on va arriver. Avec ces activités là……

EM32: *Oui*

Interviewer: Qu'est-ce que vous voudrez que vos élèves soient capables de faire avec ces activités?

EM32: *Beh mettons, j'irais plus pour le a) pis le b) parce que je trouve que le c) l'expression algébrique qui exprime la relation, je pense que si l'élève est capable de le dire beh là faut que je fasse deux fois la position à laquelle je suis rendue plus un*.

Interviewer: Ok mais je comprends. En fait l'expression algébrique c'était plus pour vous, pour les futurs enseignants. Mais est-ce que on ne pourrait pas l'exprimer autrement au primaire. EM32: *Beh c'est une bonne idée*

Interviewer: Par exemple, je vous dis par exemple : comment pourrez-vous calculer la centième figure. ça c'est sûr que ça va les amener à trouver quelque chose qui.... parce que faire cent figures...

EM32: *Beh ultimement ils vont le faire deux fois plus plus. Ils vont le faire*

Interviewer: Donc maintenant la question vous avez dit que vous irez avec les questions a) et b) et donc la c)...

EM32: *Beh la c) c'est que je lui dirais pas peux-tu me donner l'expression algébrique qui exprime.... tu sais je dirais pas ça. Mais si je lui dis combien de bâtons faudra-t-il pour construire la sixième figure, comment as-tu fait pour le trouver? Be là il va me le donner, il va me le dire ça forcément. En ce moment je me retrouve à avoir son expression algébrique* *qu'il s'est construite. Est-ce qu'il va mettre un x, est-ce qu'il va mettre un n, est-ce qu'il va mettre b pour bâtonnets. Tu sais p pour position de figure. Ça va être à son choix, je pense que l'algèbre est quelque chose qu'on peut introduire assez tôt pis je crois que les élèves sont capables de le saisir.*

Interviewer: Oui mais parce que on trouve que l'enseignement des mathématiques surtout, il y a trop de ruptures entre les niveaux, primaire, secondaire...

EM32: *Be c'est parce que au secondaire, tout d'un coup on met plein de mots vraiment compliqués sur des choses qu'on fait depuis tout le temps. Pis ça mélange. Parce que moi j'aurai pu faire n'importe quoi, j'avais les notes pour. Et pis j'ai quand même décidé d'aller en enseignement parce que moi c'est ce ça que je trouve intéressant. Et pis moi c'est sûr que je vais toujours mettre de l'avant la logique. Heu! tu sais au pire à chaque matin un petit jeu au tableau que... les élèves, tu sais c'est quoi le jeu de la journée. Mais ça fait réfléchir, ça fait penser. C'est que moi je vais jamais faire comme les enseignants qui donnent des exercices du manuel. Ça c'est sûr pis là je vis en stage en ce moment mon enseignante associée je me rends compte qu'elle fait beaucoup ça. C'est comme ben! Mais les critères de divisibilités de trois c'est ça. Tu additionnes toutes les chiffres, ça se divise par trois c'est ça. Les critères de divisibilités de quatre c'est ça....Ok mais tes élèves viennent de faire quoi comme apprentissage là. Ok tu viens de leur cracher un truc par cœur là. Pis ils arrivent à l'examen pis ils s'en souviennent pas comment ils vont faire pour le retrouver. Absolument*

Interviewer: Là vous toucher....

EM32: *Hum hum*

Interviewer: Là vous toucher, c'est ça là vous le scénario d'enseignement qui est sur le terrain. Tel que c'est fait y'en pas mal de choses qui....

EM32: *Tu sais moi ça me dérange. Je pense que c'est ça l'aspect manipulation des mathématiques qui est mis de côté. On pense toujours que manipulation ça veut dire toucher tout ça. Mais je pense que manipulation ça veut dire toucher à l'abstraite. C'est la Manipulation des concepts de dire que.. Tu sais de manipuler les nombres, de dire que ben là pourquoi ça c'est divisé par trois, pourquoi si j'additionne, nananna, nanananа ben là c'est par six, pourquoi.*

Interviewer: Mais c'est ça on peut déjà commencer à attirer leur attention depuis le primaire, peut-être pas en mettant les mots mais en leur disant simplement que ceci pourra servir à cela plus tard. Ça peut aider.

EM32: *Ben je pense que c'est pourquoi on fait. En tout cas moi c'est ce que je fais. C'est pourquoi quand je fais cette notion là si je fais juste des équations au tableau avec des trous dedans, c'est pas intéressant. Si je te dis je suis allé au marché, je ne me souviens plus combien j'avais au départ mais tu sais je sais que j'ai dépensé pour dix dollars de bonbons mais après ça je sais qu'il me restait douze dollars. Mais comment pour retrouver l'argent que j'avais au départ. Tu sais juste là. Ça c'est quelque chose qui peut dans la vraie vie. Tu sais de mettre des situations autour moi ça c'est quelque chose que je fais tout le temps, c'est de rendre les mathématiques concrètes parce que je veux dire des mathématiques tu en utilises dans ta vie de tous les jours-là. Je veux dire la géométrie, des choses aussi niaiseuses. Tu sais la prof a dit à un enfant est-ce que vous utilisez la géométrie, des choses aussi niaiseuses que sur mon téléphone j'ai application il faut que je réussisse à faire qu.il y ait une petite boule en un endroit particulier seulement en dessinant des choses. Be si je veux la faire descendre je vais dessiner un triangle et pis ça va faire une pente. Tu sais les mathématiques sont partout même quand je suis à l'épicerie, je veux que ça dépasse 25 je calcule à peu près, les taxes, nanana. Pis c'est ça qu'on oublie de faire, tu sais c'est tellement abstrait les mathématiques, c'est tellement des chiffres pis des nombres. C'est quoi tu arrives à te représenter dans ta tête.*

Interviewer : On n'arrive pas revenir sur le quotidien des mathématiques?

EM32: *Ben c'est ça exactement, exactement. Tu sais les fractions on va dire le numérateur, le dénominateur. Ça c'est le nombre de parties, retiens. Ok mais...moi là si j'ai vingt bonbons, j'ai quatre amis. Pis je veux faire des sacs, comment je vais faire. Be oK j'en enlève un ununun je me donne des stratégies là. Je comprends que la fraction, c'est be ok soit que je fais une soustraction répétée soit que je fais des groupements, tu sais y a deux types de fractions. Be ça ils ne dit jamais, tu peux soit faire la fraction 1/10 j'enlève fois ou je fais 10 sacs. Groupement ou partage.*

Interviewer: Oui donc avec ces activités là

EM32: *Mais groupement/partage je l'ai faite en deuxième année*

Interviewe: Ah oui

EM32: *Je l'ai fait en deuxième année pis je l'ai expliqué avec des smartises. Pis on a fait de fois en groupement de fois partage. Ok où avez-vous remarqué comment je l'ai dit, pourquoi comment ça change votre façon de le faire, le problème. Là je t'ai demandé de faire dix sacs, là je t'ai demandé d'en mettre dix chaque. Est-ce que tu prends que ça te donne la même fraction mais que ça veut dire la même chose. Pis ils sont arrivé en cinquième année, pis ils ont fait un numéro à l'examen, pis y en a qui ont encore de la misère. Pis deux personnes en classe l'ont pas eu. C'est toute une question qu'il faut que tu saisisses le sens. Si tu apprends par cœur la moitié des élèves auront des difficultés à l'examen, ça c'est sûr. Ça sert à rien, c'est tellement abstrait les mathématiques.*

Interviewer: Mais absolument et concernant les fractions on ne met le sens dedans. C'est travaillé un peu vaguement. On ne met l'accent que sur le sens partage, les autres sens groupement tout ça, partage, mesure c'est complétement mis de côté. Et là on ne prépare les élèves à ce qui les attend demain au secondaire

EM32: *Ah non c'est ça. Ils apprennent même la procédure de la multiplication, y apprennent ça par cœur toi. Dans le fond. Tu sais mets-toi sur un carré. Tu fais ton dix fois dix c'est pour ça que ça te donne cent. Même le positionnement on dirait que Pourquoi tout d'un coup un fois un ça donne dix, mais c'est parce que tu es en dizaine tu fais dix fois dix. C'est tellement abordé vite, on apprend les algorithmes traditionnelles, c'est comme apprends ça apprends ça.*

Interviewer: Et donc avec ces activités, selon quelles difficultés pourraient rencontrer les élèves en travaillant avec ces activités. Qu'est-ce qui pourrait les embêter?

EM32: *Mais que je pense que la difficulté c'est toujours le départ. Parce que Tu sais lui ici c'est facile, c'est un, deux trois, six. Ça va. Mais là ici au départ j'en ai trois pis là j'en ai juste deux tout le temps. Tu sais Mais au départ, il faut que tu mettes plus un. Mais c'est de dire ok si je commence avec le zéro, avec le un dans la formule... Moi je trouve que ça c'est une difficulté qui peut créer la. De voir qu'au départ on avait ça, on avait. Il faut que tu trouves le fois un. C'est difficile avec le fois un c'est qu'il donne toujours.... Le fois un il fait pas varier alors que le fois deux, le fois trois il fait varier. Souvent il y a le plus qui va s'ajouter dans la formule à cause de la première position. Pis là on va trouver une formule qui fonctionne pour le deux, trois, quatre, cinq, six, sept. Mais ça fonctionne pas pour le un. Tu sais que là j'ai fait* *plus deux, plus deux, plus deux, mais de zéro à un j'ai fait plus trois pas deux. Je sais pas qu'est-ce qui s'est pas passé.*

Interviewer: Est-ce que une notion du secondaire que ça pourrait permettre de travailler spécifiquement, parce que là vous avez dit il y a des choses qui change ensemble donc on a deux quantités, vous avez nommé ça inconnue, c'est correct mais est-ce que..... EM32: *Mais les fonctions, les fonctions*

Interviewer: Mais alors comment...

EM32: *Mais les fonctions. C'est un rapport de proportionnalité, on a la pente, on a l'ordonnée à l'origine. Mais y a pas juste ça là comme fonction, y a la parabole, y a la fonction en escalier, y a plein de types de fonctions. Mais ça reste que la fonction c'est toujours que t'as une règle pis après ça tu peux trouver un point. C'est se serait quoi son...Tu sais à deux deux je vais être à quoi, à un je vais être à quoi. Tu sais c'est trouver les coordonnées. Tu sais c'est de je peux la transférer sur un graphique cette relation-là. Je peux la mettre sur excel pis me dire quand j'ai un fais-moi ça là pis me donne une courbe.*

Interviewer: Peut-être faudrait-il faire faire un schéma pour qu'on se rende bien compte que nous sommes là dans les fonctions?

EM32: *Mettons que j'ai mon diagramme. Mettons que je le gradue là. Mettons que si j'ai un triangle j'ai trois bâtonnets.*

Interviewer: Et donc les triangles vous les mettrez où? Sur quel axe?

EM32: *Be ici je vais mettre mon nombre de triangles et ici je vais mon nombre de bâtonnets. Mettons pour le lui, pour un triangle j'ai trois bâtonnets, deux j'ai six, trois j'ai neuf. Là ça va me faire une ligne avec le zéro. Mais dans le deuxième cas, là ici j'ai....un Attends je regarde mon nombre de triangles. Là je mets mon nombre de triangles: un, deux, trois, quatre. En ce moment-là, à un j'ai trois, à cinq. He non à deux j'ai cinq. Fais que là ça me fait un autre genre de.... tu sais de pente Pis que là à zéro j'en ai zéro. Pis ça va me faire une courbe comme ça, ou ça me faire comme...*

Interviewer: Mais je vois déjà. C'est pas mal intéressant. Donc ici c'est le nombre de triangles et là c'est le nombre de bâtonnets?

EM32: *Oui le un c'est comme un bâtonnet* (éclat de rire)

Interviewer: Et donc vous direz que ces activités peuvent permettre aux élèves de comprendre ce qui se passe ici? (dans le triangle)

EM32:*Oui, oui*

Interviewer: En ce moment est-ce que la formation, le programme de BEPEP devrait prendre ces activités en charge?

EM32: *Qu'est-ce que vous voulez dire par prendre ces activités en charge?*

Interviewer: Est-ce que le programme de formation devrait vous outiller à préparer les élèves avec de telles activités?

EM32: *Beh clairement parce que sinon les élèves arrivent au secondaire pis y accusent déjà un retard, parce que y ont pas fait les liens.*

Interviewer: Les fonctions sont une notion qui se trouve presque sur tout le parcours du secondaire

EM32: *Mais je sais mais les fonctions si tu arrives avec ce mot là au secondaire, c'est que tu pars à zéro. Mais si tu as déjà fait des liens mais tu pars plus à zéro là. Mais quand tu repars à zéro mais mon Dieu a que tu reprends toutes les choses que tu savais déjà. Mais que tu sais pas que ça un lien.*

Interviewer: Et donc les triangles vous les mettrez où? Sur quel axe?

EM32: *Be ici je vais mettre mon nombre de triangles et ici je vais mon nombre de bâtonnets. Mettons pour le lui, pour un triangle j'ai trois bâtonnets, deux j'ai six, trois j'ai neuf. Là ça va me faire une ligne avec le zéro. Mais dans le deuxième cas, là ici j'ai....un Attends je regarde mon nombre de triangles. Là je mets mon nombre de triangles: un, deux, trois, quatre. En ce moment-là, à un j'ai trois, à cinq. He non à deux j'ai cinq. Fais que là ça me fait un autre genre de.... tu sais de pente Pis que là à zéro j'en ai zéro. Pis ça va me faire une courbe comme ça, ou ça me faire comme...*

Interviewer: Mais je vois déjà. C'est pas mal intéressant. Donc ici c'est le nombre de triangle et là c'est le nombre de bâtonnets?

EM32: Oui le *un c'est comme un bâtonnet* (éclat de rire)

Interviewer: Et donc vous direz que ces activités peuvent permettre aux élèves de comprendre ce qui se passe ici?

EM32: *Oui, oui*

Interviewer: En ce moment est-ce que la formation, le programme de BEPEP devrait prendre ces activités en charge?

EM32: *Qu'est-ce que vous voulez dire par prendre ces activités en charge?*

Interviewer: Est-ce que le programme de formation devrait vous outiller à préparer les élèves avec de telles activités?

EM32: *Beh clairement parce que sinon les élèves arrivent au secondaire pis y accusent déjà un retard, parce que y ont pas fait les liens.*

Interviewer: Les fonctions sont une notion qui se trouve presque sur tout le parcours du secondaire

EM32: *Mais je sais mais les fonctions si tu arrives avec ce mot là au secondaire, c'est que tu pars à zéro. Mais si tu as déjà fait des liens mais tu pars plus à zéro là. Mais quand tu repars à zéro mais mon Dieu a que tu reprends toutes les choses que tu savais déjà. Mais que tu sais pas que ça un lien. Mais tu perds ton temps.*

Interviewer: Ok là on est maintenant sur la formation. Est-ce que vous avez vu ça en formation?

EM32: *Non*

Interviewer: Est-ce que la formation devrait pouvoir vous outiller avec ces activités?

EM32: *Beh oui tout à fait. Mais là Tu sais parce que là le primaire et le secondaire en ce moment c'est vraiment déconnectés. Ça devrait pas, il devrait avoir une continuité mais c'est déconnecté à cent mille à l'heure. Pis quand les enseignants tu sais ils nous disent toujours à nous que c'est important d'en savoir plus que ce que vous allez montrer au primaire pour les élèves plus souvent. Mais y ont jamais dit pour le lien avec le secondaire, y ont jamais dit ça. Mais même ici dans la formation. Fait que nous on se dit ok si un élève me pose une question plus difficile, je vais être capable d'y répondre. Mais commence déjà à placer les liens, commence déjà à mettre les pierres pour bâtir quelque chose, sinon tout ce que tu fais là, tout ce qu'il va retenir du primaire c'est apprendre à compter, à faire des opérations. parce que là si tu commences un nouveau mûr à côté, commence déjà ton mûr du secondaire. Tu sais ça devrait, mais en ce moment-là il faudra le nombre de....*

Interviewer: Le nombre de crédit? le nombre de quoi??

EM32: *Mais non non, il faudrait augmenter la côte d'heure pour rentrer ici là. Y a des gens qui ont fait des mathématiques qu'en secondaire trois, y ont fait 4,26, 5,26. Mais yont à peine vu ça. Je vous jure qu'il y a des gens ici dans le Bac, mais une demie plus une demie, ça là. Attends une demie plus une demie ça fait un. Pis ils passent là.*

Interviewer: Ah oui

EM32: *Je vous jure, ça me fait vraiment peur*

Interviewer: Ok justement sur la formation. Le nombre d'heure de mathématiques qu'il faudrait ajouter ou bien quel aspects mathématiques voulez-vous qu'on puisse améliorer dans la formation?

EM32: *Mais je pense qu'on devrait avoir un cours de mathématiques au secondaire. On devrait avoir un cours, le programme de mathématiques au secondaire. Pis comment on peut jeter les bases de ça au primaire. Ça c'est clair, parce que je dirais...nous nos examens de maths, notre formation de maths, à quoi ça ressemble en ce moment. Comme là notre examen de géométrie, c'était un examen qu'un élève de 6e année aurait pu faire, facilement. Mais comme c'est pas ça le but. C'est un cours de didactique. Mais nous la partie didactique de notre examen c'était analyse de manuels pis c'était même pas une analyse là. C'était, est-ce que ce problème-là tu pourrais évaluer la relation de l'aire: Oui, non, oui, non... Y a pas de justifier, y a pas rien. Tu sais ça vaut même pas la peine. Ce cours là j'aurai pas pu l'avoir pis ça aurait rien changer à ma formation parce que je connais déjà les notions pis parce que j'ai une tête minima pour réfléchir. Mais j'aimerai ça voir le programme du secondaire. Tu sais ça fait longtemps qu'on était au secondaire. Pis quand on était au secondaire, on ne se rappelle pas de tout c'est sûr. Moi je pense que ce serait intéressant d'avoir effectivement un cours de mathématique au secondaire. Pis ok maintenant avec quelle notions du primaire on pourrait lier ça, comment on pourrait jeter les bases, comment ça est-ce que c'est lié avec... tu sais comme on a fait là là. Tu sais les termes manquants, pis tout ça. Comment, comment ça se transforme en algèbre, comment ça se transforme en forme en fonction parce que comme ça on permet à l'élève de mettre des mots, pas juste des mots mais ça facilite aussi des liens pis c'est que en plus, après ça, il ne faut pas que je perde mon idée....*

Interviewer : Peut-être pour mieux comprendre ce qu'il y a derrière les formules et les concepts?

EM32: *Oui c'est ça, après ça c'est qu'on se trouve à moins mentir aux élèves parce que de fois on se rend pas compte où ça mener ça. Fait que de fois un élève qui poses une question, on va lui répondre d'une façon qui va peut-être arrêter son cheminement qui pourrait l'amener évoluer plus. Mais là de la façon qu'on lui a répondu, tu sais on l'a comme, on a créé une cassure*.

Interviewer : Mais aussi les explications C'est permet de pouvoir expliquer aux élèves….

EM32: *Mais "didactique de" pour l'université de Montréal, c'est voici un manuel qu'est-ce que ça travaille comme exercices. Est-ce que ça m'aide moi, un élève me pose une question, est-ce ça que m'aide à y répondre. Pas vraiment! Si un élève vit une difficulté est-ce que en lisant un manuel comme ça, est-ce que ça va m'aider à bâtir une activité qui va cibler sa difficulté pour l'aider à comprendre, pour trouver une autre manière de l'expliquer. Ça m'aide pas, fait que là c'est pour ça que les élèves ont des difficultés en mathématiques, pis que ça persiste, pis que ça persiste, parce que c'est jamais lui qui trouve la réponse, on lui donne la réponse. On lui donne la réponse, fait que y a pas réfléchit. Fait que quand il arrive devant un problème similaire, il n'est pas capable de faire le transfert. Il est zéro capable de faire un transfert parce qu'il avait appris par cœur quelque chose qui s'appliquait à telle situation. Quand la situation est légèrement différente, il faut qu'il transfert, qu'il utilise une stratégie similaire mais qui modifie un petit peu les paramètres. C'est trop demander*.

Interviewer: Est-ce que vous aurez été capable de traiter ces activités sans vos connaissances de l'expérience?

EM32: *Non, non, assurément non. Pis c'est pas pour me vanter, pour me flatter dans le sens du poil, pour me donner de tables dans le dos, honnêtement moi c'est ce que j'aime, je veux dire je fais des jeux de logiques. Dans la vie j'aime ça. J'étais allé étudier au Cégep dans un des programmes les plus difficiles juste pour le phone parce que je trouvais inintéressant de juste toujours faire la même chose. Tu sais j'ai vécu plein des choses dans ma vie, des choses horribles. Il fallait que j'apprenne à me débrouiller. Mais les élèves n'apprennent plus ça aujourd'hui puisque je te donne la réponse, je te donne la formule. Mais quand tu as rien là, trouve une stratégie*.